Uniwersytet Zielonogórski
Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych

Laboratorium automatyki i robotyki

Ćwiczenie 5: Człon inercyjny drugiego rzędu

1. Dla obiektów opisanych poniższymi równaniami różniczkowymi wyznaczyć transformatę Laplace'a wyjścia:
   (a) $M\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}(t) + B\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t) + K_s y(t) = Kf(t)$, gdzie: $y(t)$ — położenie wyjściowe, $f(t)$ — siła wejściowa, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$,
   (b) $J\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}(t) + B\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(t) + K_s\theta(t) = KT(t)$, gdzie: $\theta(t)$ — wyjściowe położenie kątowe, $T(t)$ — wejściowy moment siły, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = 2$ rad/s.
2. Przekształcić poniższe transmitancje do postaci z jednostkowym współczynnikiem przy s^2:
   (a) $G_1(s) = \dfrac{3}{7s^2 + 4s + 9}$
   (b) $G_2(s) = \dfrac{4}{2s^2 + 3s + 1}$
   (c) $G_3(s) = \dfrac{6}{3s^2 + 2s + 36}$
3. Standardowa postać transmitancji członu inercyjnego drugiego rzędu ma postać
$$G(s) = \frac{K}{(1/\omega_n^2)s^2 + (2\zeta/\omega_n)s + 1}$$
   Jakie są wartości K, ζ i ω_n dla poniższych układów:
   (a) $G_1(s) = \dfrac{3}{s^2 + 2s + 9}$
   (b) $G_2(s) = \dfrac{4}{2s^2 + 2s + 1}$
   (c) $G_3(s) = \dfrac{100}{100s^2 + 10s + 1}$
4. Dla poniższych układów znaleźć parametry K, ζ i ω_n, a także określić czy układ jest przetłumiony, niedotłumiony, czy tłumiony krytycznie:
   (a) $36\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}(t) + 6\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t) + x(t) = 6u(t)$
   (b) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}(t) + 2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t) + x(t) = 14u(t)$
   (c) $\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}(t) + 48\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t) + 6z(t) = 12F(t)$
   (d) $60u(t) - 4y(t) - 8\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t) = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}(t)$
5. Zawór pneumatyczny ma następujący schemat blokowy:
$$\xrightarrow{\text{ciśnienie, bar}} \boxed{\frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}} \xrightarrow{\text{pozycja zaworu, mm}}$$

(a) Jakimi jednostkami wyraża się wzmocnienie K?

(b) Dla $\omega_n = 2$ rad/s, $\zeta = 0.7$ oraz $K = 2.36$ wyznaczyć transmitancję w postaci z jednostkowym wyrazem wolnym.

6. Silnik prądu stałego ma następującą transmitancję wiążącą prędkość kątową $\omega(t)$ z napięciem wejściowym $v(t)$:

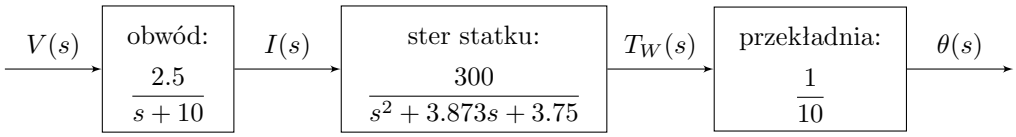
$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{20}{0.001s^2 + 0.6s + 1}$$

(a) Jakie są wartości K, ω_n oraz ζ?

(b) Używając wartości ζ przewidzieć typ przebiegu prędkości na skokową zmianę napięcia wejściowego.

(c) Używając wartości ζ przewidzieć pierwiastki równania charakterystycznego. Zweryfikować te wartości bezpośrednimi rachunkami.

7. Rozważmy następującą kaskadę układów:



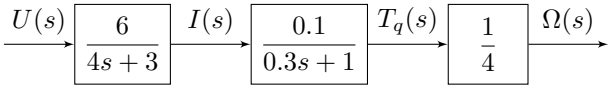
(a) Zakładając, że napięcie $V(s)$ odpowiada skokowi o amplitudzie 8, naszkicować sygnał $i(t)$ wskazując wartość w stanie ustalonym.

(b) Automatyk chce przewidzieć typ odpowiedzi skokowej z $V(s)$ do $\theta(s)$. Czy odpowiedź skokową $i(t)$ obwodu da się przybliżyć sygnałem skokowym? Jeśli tak, to jaką amplitudę skoku należałoby wybrać dla $I(s)$?

(c) Stosując powyższy sygnał skokowy dla $I(s)$, naszkicować przebieg kątu kursowego $\theta(s)$.

(d) Co przemawia za tym, aby układ sterowania statkiem był zaprojektowany jako tłumiony krytycznie?

8. Rozważmy następującą kaskadę układów:



gdzie: $U(s)$, $I(s)$, $T_q(s)$ oraz $\Omega(s)$ — transformaty Laplace'a odpowiednio sygnałów $u(t)$, $i(t)$, $t_q(t)$ oraz $\omega(t)$.

(a) Jaka jest transmitancja z $U(s)$ do $\Omega(s)$.

(b) Znaleźć wartości w stanie ustalonym sygnałów $i(t)$, $t_q(t)$ oraz $\omega(t)$ jeśli wejście $U(s)$ jest skokiem jednostkowym.

(c) Naszkicować sygnał $\omega(t)$ wiedząc, że wejście $u(t)$ jest skokiem o amplitudzie równej 2.

9. Układ sterowania poziomem cieczy składa się z dwóch zbiorników, które można reprezentować jako człony inercyjne pierwszego rzędu połączone kaskadowo o stałych czasowych $\tau_1 = 100$ s oraz $\tau_2 = 300$ s.

(a) Narysować schemat blokowy układu. Użyć przepływu wejściowego $q(t)$ jako wejścia i poziomu cieczy $h_2(t)$ jako wyjścia.

(b) Jakiego typu odpowiedzi skokowej należy oczekiwać?

(c) Wiedząc, że całkowite wzmocnienie układu wynosi 1 $\mathrm{m/m^3\,s^{-1}}$ określić transmitancję układu. Znaleźć współczynnik tłumienia i częstość naturalną układu. Czy potwierdzają one przypuszczenie z punktu (b)?

(d) Jeśli układ ma inne stałe czasowe $\tau_1 = 100$ s oraz $\tau_2 = 300$ s, jak będzie to rzutować na odpowiedź?