

Laboratorium Systemów Przetwarzania Numerycznego i Symbolicznego

Podstawy obsługi pakietu Maple V

Program ćwiczenia obejmuje następujące zadania:

1. Aby zmiennej p przypisać wartość $\sqrt{3}$, należy wprowadzić polecenie (zwrócić uwagę na podobieństwo do składni Pascala)

```
> p := sqrt(3);
```

Czy można w nim pominąć średnik? Co spowoduje zastąpienie go dwukropkiem? Jaki rezultat zostanie wypisany po wprowadzeniu bezpośrednio po powyższym poleceniu instrukcji

```
> evalf(%);
```

Jaką rolę pełni więc znak % ?

Kolejno wprowadzić i zinterpretować rezultaty poleceń

```
> sqrt(4);  
> sqrt(12);  
> sqrt(3 + 4 * I); # Co oznacza w Maple'u litera 'I' ?  
> sqrt(p^2 / 9);  
> sqrt(a);
```

Czy Maple rozróżnia duże i małe litery? Jakie znaczenie posiada wystąpienie w jednym z powyższych poleceń znaku #?

Sprawdzić co powodują wywołania

```
> ?sqrt  
> ??sqrt
```

Co uzyska się po wprowadzeniu polecenia ?sq zamiast ?sqrt?

2. Obliczyć wartości wyrażeń $53 + 78$, $127 \cdot 9721$. Określić liczbę minut w roku kalendarzowym.

Jak obliczyć 34^{56} ? Po wypisaniu wyniku wprowadzić polecenie

```
> %^(1/56);
```

Dlaczego nie otrzymaliśmy wartości 34? Zmodyfikować powyższe polecenie tak, aby rezultatem była jednak wartość 34. Należy w tym celu zastosować polecenie `simplify` lub `evalf` (zauważyć, że rezultaty ich działania nieco się różnią).

3. Obliczyć wartości sum

$$\frac{2}{4} + \frac{24}{144}, \quad 2 + \frac{2}{5}$$

Dlaczego w ostatnim przypadku nie otrzymaliśmy wartości 2.4? Jak spowodować otrzymanie tej wartości?

4. Wytłumaczyć różnicę pomiędzy rezultatami poleceń `sqrt(17)` oraz `sqrt(17.0)`. Przewidzieć i sprawdzić, w jakiej postaci zostaną wypisane rezultaty poleceń

```
> 1/2 + 2.4/144;  
> .5/7 + pi;
```

5. Wyznaczyć część rzeczywistą, część urojoną, liczbę sprzężoną, oraz moduł liczby zespolonej $\frac{3+4j}{5+2j}$.

6. Wypisać wartość liczby $\sqrt{17}$ z dokładnością 100 cyfr znaczących. Wypisać wartość π z dokładnością do 770 cyfr znaczących (w rezultacie w pewnym miejscu powinien pojawić się ciąg sześciu dziewiątek). Jak jednorazowo zmienić dokładność, z jaką wykonywane są wszystkie obliczenia numeryczne (standardowo jest to dziesięć cyfr znaczących)?

7. Przy pomocy funkcji `evalb` oraz `is` sprawdzić, czy prawdziwe są nierówności $5 > 3$ oraz $\pi^e > e^\pi$.

8. Przy pomocy polecenia `sum` sprawdzić, że $100 * 101/2$ jest sumą pierwszych stu liczb naturalnych. Obliczyć wartość sumy

$$1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \dots + 1/10!$$

9. Aby wyznaczyć przybliżoną wartość całki

$$\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x^2} dx$$

należy wprowadzić polecenie

```
> evalf(int(sin(x^2)/x^2, x = 0..1));
```

W podobny sposób wyznaczyć przybliżenie liczby π poprzez obliczenie pola pod krzywą $4/(1+x^2)$ w przedziale $[0, 1]$.

10. Aby znaleźć wartości pierwiastków równania $x^4 + 3x^2 + 5x = 7$, należy wprowadzić polecenie

```
> fsolve(x^4 + 3*x^2 + 5*x = 7, x);
```

Jak spowodować, aby były obliczane również pierwiastki zespolone? Znaleźć po pięć (*sic!*) pierwiastków równań

(a) $x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$

(b) $\sin^2 \pi x - x^2 \cos \pi x = x$

(c) $x \operatorname{tg} x = 1$

Wskazówka: W punkcie b) przeszukać zakres $[-5, 5]$, w punkcie c) — zakres $[0, 13]$. Można przy tym narysować wykresy odpowiednich funkcji przy pomocy polecenia `plot`, aby określić zgrubnie przybliżenia punktów przecięcia z osią odciętych.

Rozwiązać układ równań

$$x + y + 3z^2 = 1, \quad x + y - z^2 = 3, \quad 2x + 3y = 1$$

11. Przy pomocy polecenia `expand` rozwinąć wartość wyrażenia $(x + 2y + z)^4$. Jak otrzymany wynik „zwinąć” do poprzedniej postaci?

Co wypisze poniższe polecenie?

```
> for n from 2 to 9 do print(1-x^n = factor(1-x^n)) od;
```

Czy w otrzymanym wyniku występuje jakaś regularność? Przewidzieć rozkład $1 - x^n$. Użyć *Maple*'a do zweryfikowania swojej hipotezy.

12. Uprościć wyrażenie $(\cos(x))^5 + (\sin(x))^4 + 2(\cos(x))^2 - 2(\sin(x))^2 - \cos(2x)$.

13. Przy pomocy polecenia `solve` znaleźć pierwiastki równania $x^3 - 3x^2 - 17x + 51 = 0$. Co różni to polecenie od polecenia `fsolve`?

Rozwiązać układ równań

$$\begin{aligned} ax + by &= 1 \\ cx + dy &= c \end{aligned}$$

Jak sprawdzić, czy otrzymane rozwiązanie ma sens? Jak podstawić pod x i y otrzymane wartości?

Rozwiązać układ równań

$$\begin{aligned} x + 2y - az &= 0 \\ 2x - y + z &= 1 \\ -x + 3by - 3z &= 0 \end{aligned}$$

14. Przy pomocy funkcji `convert` dokonać rozkładu na ułamki proste poniższych wyrażeń:

(a) $x/(x^2 + 5x + 6)$

(b) $(2x + 7)/(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$

Jak dokonać operacji odwrotnej?

15. Obliczyć poniższe całki nieoznaczone:

(a) $\int x^4 \cos x \, dx$

(b) $\int (2 + 3x^2)^{-3} \, dx$

Jak sprawdzić otrzymane rezultaty?

Obliczyć wartości poniższych całek oznaczonych:

(a) $\int_{-1}^1 \exp x \, dx$

(b) $\int_1^2 1/(1 + x^3) \, dx$

(c) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^{1/3}} \, dx$

(d) $\int_0^\infty \ln(t)^2 \sqrt{t} \exp(-t) \, dx$

16. Wyznaczyć odwrotność macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/3 & a \\ b & -2 & -13 \\ c & 0 & 35 \end{bmatrix}$$

Jak sprawdzić, czy otrzymany wynik jest poprawny?

17. Uprościć poniższe wyrażenia:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - 1}, \quad \frac{1 + \frac{1 - t^2}{1 + t^2}}{1 - \frac{2t}{1 + t^2}}, \quad \frac{1}{1 - \cos^2 x}$$

18. Obliczyć wartości wyrażeń $e^{\ln(4)}$, $e^{x+2i\pi}$, $\sin(x + 2n\pi)$, $\ln(-\frac{3}{2})$, $\sqrt{x^4}$.