Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych
Uniwersytet Zielonogórski

Metody analizy danych – ćwiczenia

Estymacja przedziałowa (2 godziny)

Program ćwiczeń obejmuje następująca zadania:

1. Dom handlowy prowadzący również sprzedaż ratalną ustalił, że wśród wylosowanych 81 klientów dokonujących zakupów na raty średnia wielkość jednorazowej sprzedaży wyniosła 680 zł. Z poprzednich lat wiadomo, że odchylenie standardowe zakupów ratalnych wynosi 270 zł. Z prawdopodobieństwem 0.95 należy oszacować przeciętną wielkość sprzedaży ratalnej tego domu handlowego.

2. Pewne niewielkie przedsiębiorstwo brokerskie chec ustalić przeciętne obroty dzienne na podstawie obserwowanych kolejnych 36 dni roboczych. Średnia wartość dzienna zrealizowanej sprzedaży w badanej próbie wyniosła 139 tys. zł., a odchylenie standardowe 12 tys. zł. Z prawdopodobieństwami wynoszącymi odpowiednio 0.95 i 0.99 oszacować przeciętne dzienne obroty sprzedaży w tym przedsiębiorstwie brokerskim.

3. Dla potrzeb oszacowania średniego trwania życia kineskopów pewnej klasy telewizorów wylosowano 7 kineskopów. Poniższe dane są długościami trwania życia wylosowanych kineskopów:

   8.1 7.9 9.6 6.4 8.7 8.8 7.9 tys. godz.

   Na poziomie ufności 90% oszacować przeciętne trwanie życia kineskopów badanej klasy telewizorów.

4. Odchylenie standardowe dziennej sprzedaży pewnego produktu powszechnego użytku wynosi 70 szt. Przez ile dni powinna być obserwowana sprzedaż tego produktu dla potrzeb oszacowania średniej dziennej sprzedaży, przy poziomie ufności 0.9 oraz błędzie szacunku nie wyższym niż 12 szt.?

5. Zbadano wydajność pewnej odmiany pomidorów na 10 poletkach doświadczalnych. W wyniku przeliczeń otrzymano przeciętną wydajność w tonach na hektar $\bar{x} = 25$ oraz $s^2 = 6.25$. Przyjmując, że rozkład plonów jest normalny, oszacować metodą przedziałową przeciętne plony na poziomie ufności 0.99.

6. Na podstawie badań wiadomo, że długowieczność opon pewnego typu ma rozkład normalny $\mathcal{N}(m, 8000\,\mathrm{km})$. Testowano próbę 64-elementową, dla której wartością średnią jest $\bar{x} = 40000\,\mathrm{km}$. Określić przedział ufności dla m na poziomie ufności 0.90.

7. Przyjmuje się, że iloraz inteligencji dzieci w pewnym wieku jest zmienną losową o rozkładzie normalnym $\mathcal{N}(m, \sigma)$. W wyniku testowania próby 10 dzieci otrzymano wartości $\bar{x} = 90$ oraz $s = 5$. Określić przedział ufności dla m na poziomie ufności 0.95.

8. Inżynier zaprojektował urządzenie do rehabilitacji po przebyciu pewnej choroby. Pacjenci testujący te maszynę potrzebowali następujących czasów ćwiczeń (w godzinach), żeby w pełni dojść do formy:

8	12	26	10	23	21
16	22	18	17	36	9

   Skonstruować 99% przedział ufności dla oczekiwanego czasu potrzebnego na dojście do formy.

9. Producent baterii testuje nowy typ produktu. Eksperyment polega na podłączeniu każdej baterii nowego typu równolegle z baterią typu starego. Poniższe rezultaty są zaobserwowaną liczbą godzin, przez które nowa bateria pracowała dłużej niż stara:

5	-4	10	15	11	25	-5	17
-5	0	8	12	14	8	1	5

   Skonstruować 95% przedział ufności dla średniego czasu dłuższej pracy nowych baterii.

10. Towarzystwo ubezpieczeniowe ustala wysokości odszkodowań dla samochodów w zależności od ich wartości giełdowej. W celu ustalenia takiej wartośći dla Fiata 126 EL z 1997 r. zanotowano ceny 25 transakcji kupna, otrzymując średnią cenę (z marca 1999 r.) równą 9 tys. PLN i odchylenie standardowe 1 tys. PLN. Oszacować metodą przedziałową średnią cenę tego typu samochodu. Przyjąć poziom ufności $1 - \alpha = 0,95$.

Tabela 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}\, \mathrm{d}t$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997

Tabela 2: **Rozkład Studenta:** W r-tym wierszu tablicy podano takie wartości t_α, że $\int\limits_{-t_\alpha}^{t_\alpha} f_r(x)\, \mathrm{d}x = 1 - \alpha$, gdzie: $f_r(x)$ – gęstość rozkładu Studenta o r stopniach swobody.

r	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	r	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
1	12.706	63.657	16	2.120	2.921
2	4.303	9.925	17	2.110	2.898
3	3.182	5.841	18	2.101	2.878
4	2.776	4.604	19	2.093	2.861
5	2.571	4.032	20	2.086	2.845
6	2.447	3.707	21	2.080	2.831
7	2.365	3.499	22	2.074	2.819
8	2.306	3.355	23	2.069	2.807
9	2.262	3.250	24	2.064	2.797
10	2.228	3.169	25	2.060	2.787
11	2.201	3.106	26	2.056	2.779
12	2.179	3.055	27	2.052	2.771
13	2.160	3.012	28	2.048	2.763
14	2.145	2.977	29	2.045	2.756
15	2.131	2.947	30	2.042	2.750