Modelowanie procesów fizycznych z zastosowaniem automatów komórkowych

Dariusz Uciński

Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych
Politechnika Zielonogórska

Czym są automaty komórkowe?

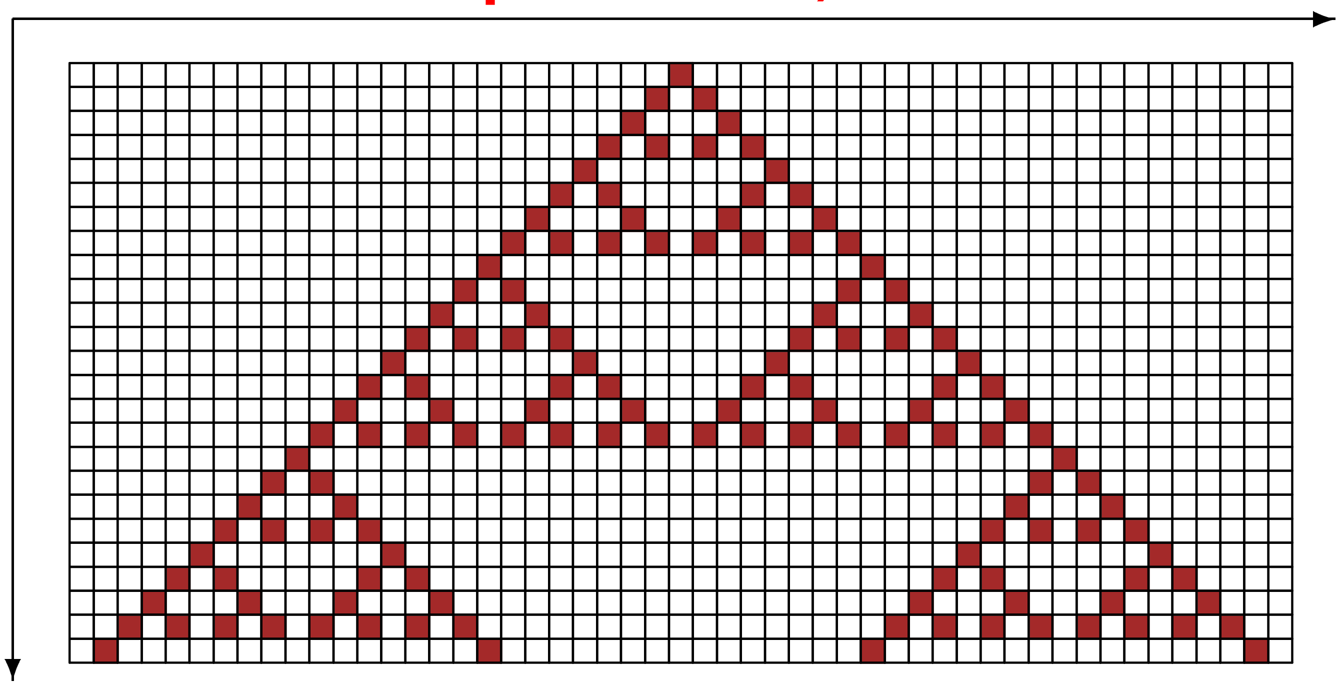
Strukturę automatu komórkowego determinują:

- **siatka komórek, z których każda charakteryzuje się stanem o wartości z zadanego skończonego zbioru stanów;**
- **otoczenie definiujące zbiór sąsiadów komórki (takie samo dla wszystkich komórek!);**
- **reguły przejścia określające jak zmienia się stan komórki w funkcji jej bieżącego stanu oraz bieżących stanów jej sąsiadów.**

Do modelowania predestynują je:

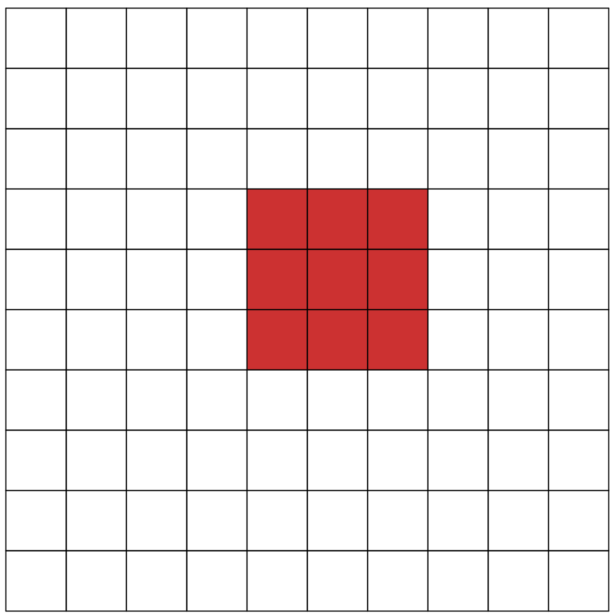
- ***Skończone elementy:*** **Przestrzeń jest siatką komórek, a czas zmienia się dyskretnie.**
- ***Równoległość:*** **Stany komórek są aktualizowane synchronicznie (jednakowy bieg czasu).**
- ***Jednorodność:*** **Do każdej komórki stosuje się ten sam zestaw reguł (uniwersalność praw natury).**
- ***Lokalność:*** **Reguły stosują się tylko do komórki i jej sąsiedztwa (brak oddziaływań odległych).**
- ***Skończona prędkość propagacji informacji:*** **„prędkość światła”.**

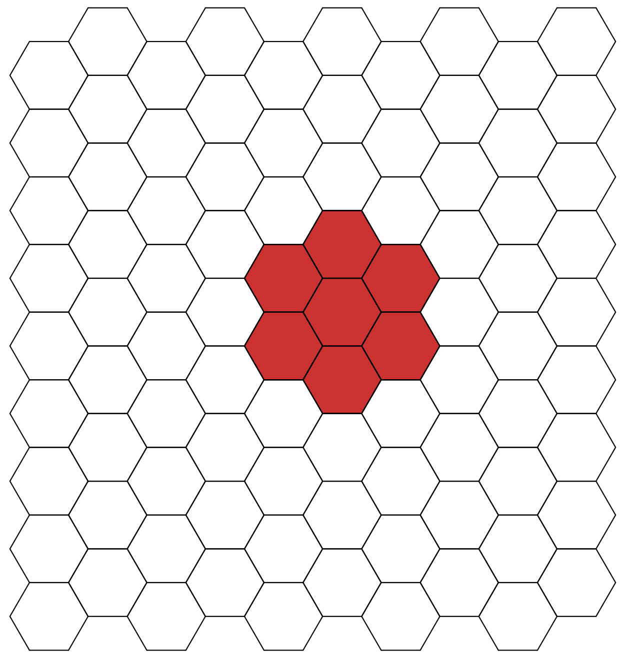
W przypadku 1D komórki są uporządkowane w łańcuch:



Reguła: $x_i^{k+1} = x_{i-1}^k + x_{i+1}^k \pmod 2$, (■ – 1, □ – 0).

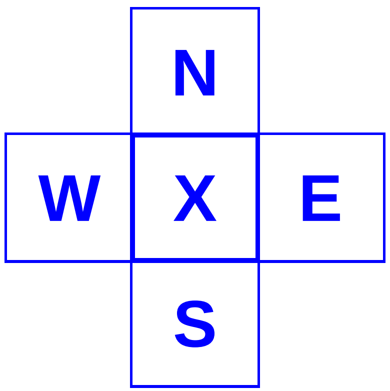
W przypadku 2D podział płaszczyzny na komórki wynika z ich kształtu. Dla komórek □ otrzymuje się siatkę prostokątną, a dla komórek sześciokątnych uzyskuje się siatkę sześciokątną.



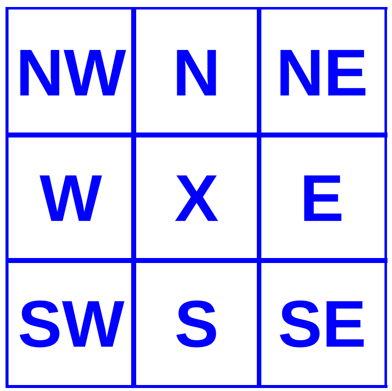


Siatkę trójwymiarową można utworzyć z sześcianów.

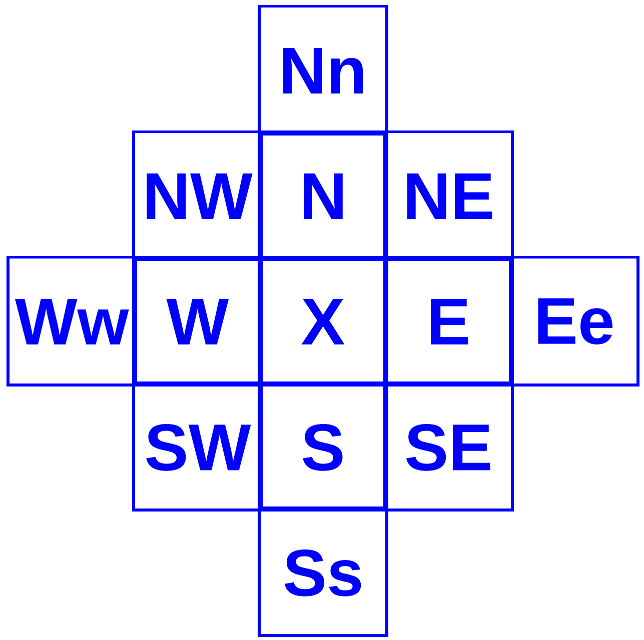
Niekiedy otoczenie może posiadać dziwaczny kształt, ale najbardziej popularne są następujące:



von Neumann

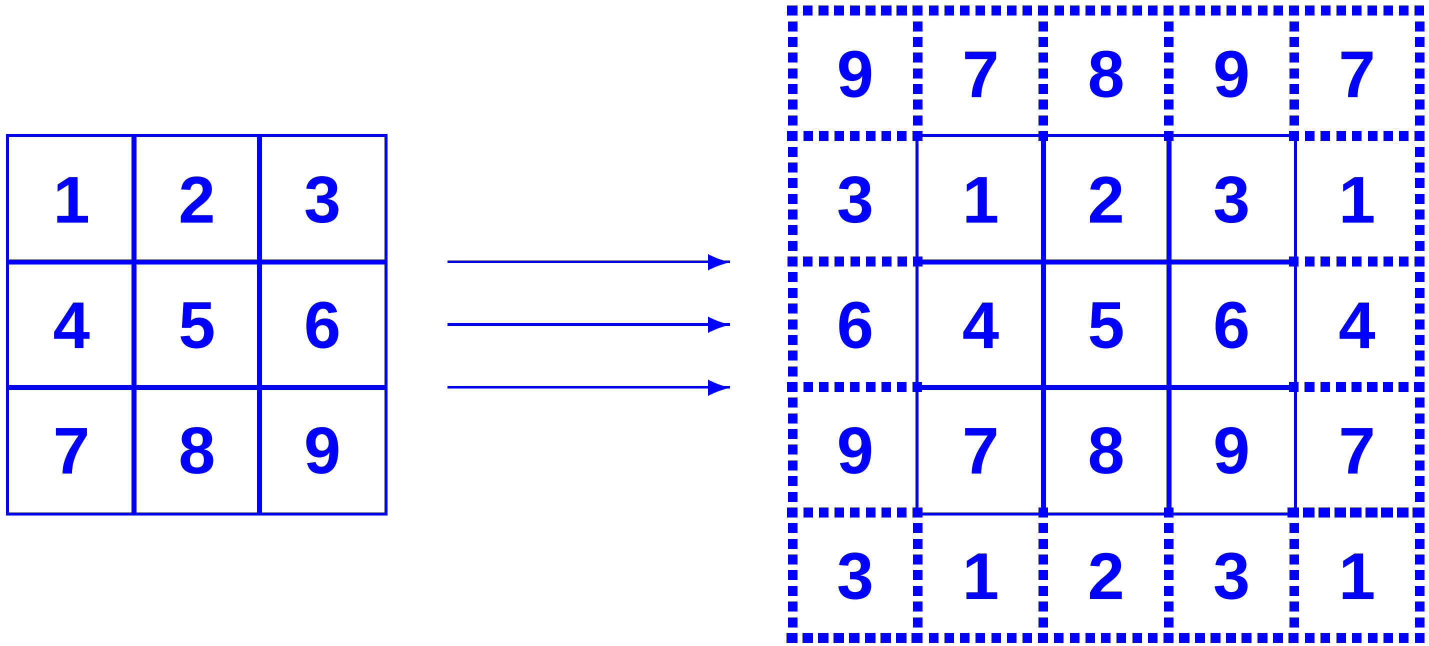


Moore



MvonN

Aby w pełni zdefinować automat komórkowy, należy dookreślić warunki brzegowe. Najpopularniejsze są warunki periodyczne:



Definicja formalna

Niech

- $\mathcal{L}$ **będzie regularną siatką komórek,**
- S **skończonym zbiorem stanów,**
- $\mathcal{N}$ **skończonym zbiorem (**$\operatorname{card}\mathcal{N} = n$**) indeksów sąsiadów spełniających warunek** $\forall c \in \mathcal{N}, \forall r \in \mathcal{L} : r + c \in \mathcal{L}$,
- $f : S^n \longrightarrow S$ **funkcją przejścia.**

Automat komórkowy $\equiv (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$.

Historia

- ***Późne lata 40-te:*** **Stanisław Ulam i John von Neumann pracują nad samoreprodukującymi się automatami komórkowymi.**
- ***Późne lata 60-te:*** **John H. Conway opracowuje „grę w życie”.**
- ***Późne lata 80-te:*** **Zainteresowanie automatami odżywa wraz z szeroką dostępnością komputerów o dużej mocy obliczeniowej; tanie implementacje sprzętowe: RAP-1, LGM-1, CAM-6, CAM-PC.**

Rozwijają się dwie dziedziny:

- **Automaty komórkowe jako równoległe modele obliczeniowe i układy dynamiczne: algorytmika, rozpoznawanie obrazów, teoria złożoności obliczeniowej, klasyfikatory;**
- **Automaty komórkowe jako modele procesów naturalnych w fizyce, chemii, biologii, ekonomii, itp.**

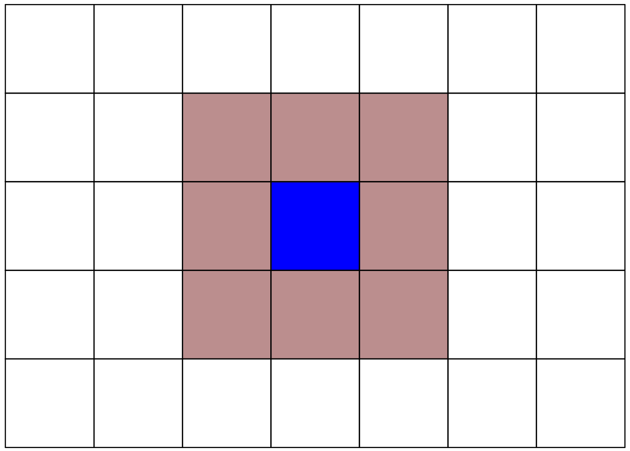
Conwaya „Gra w Życie”

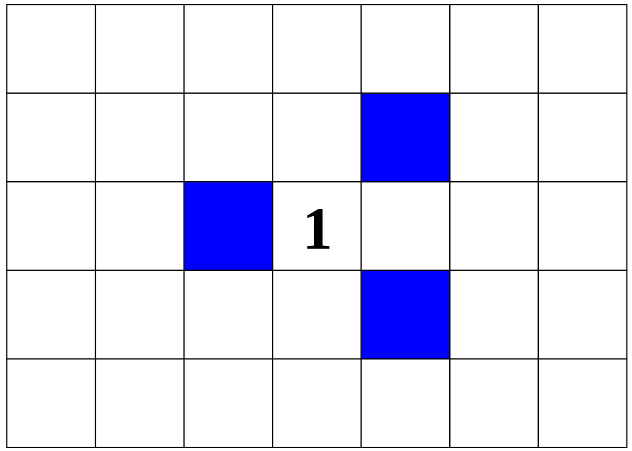
Automat binarny: Komórka o stanie 1 nazywa się *żywą*, a o stanie 0 – *martwą*; sąsiedztwo Moore’a.

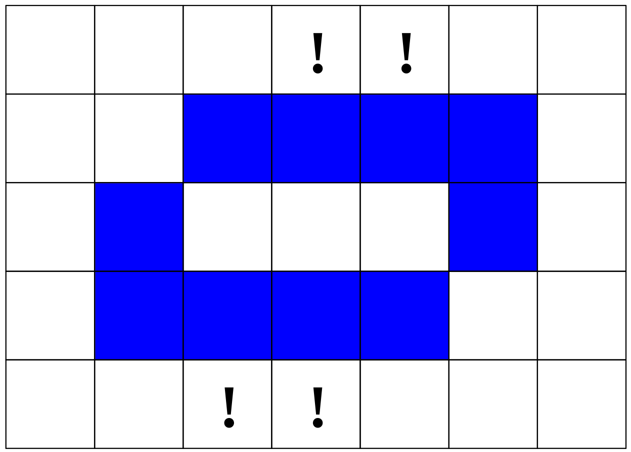
Reguły życia i śmierci:

- **Komórka z trzema żywymi sąsiadami pozostaje żywa lub się rodzi (trójseksualne rozmnażanie?).**
- **Żywa komórka z dwoma żywymi sąsiadami pozostaje żywa.**
- **Pozostałe komórki pozostają martwe lub umierają (z samotności lub natłoku).**

Ilustracja reguł życia i śmierci

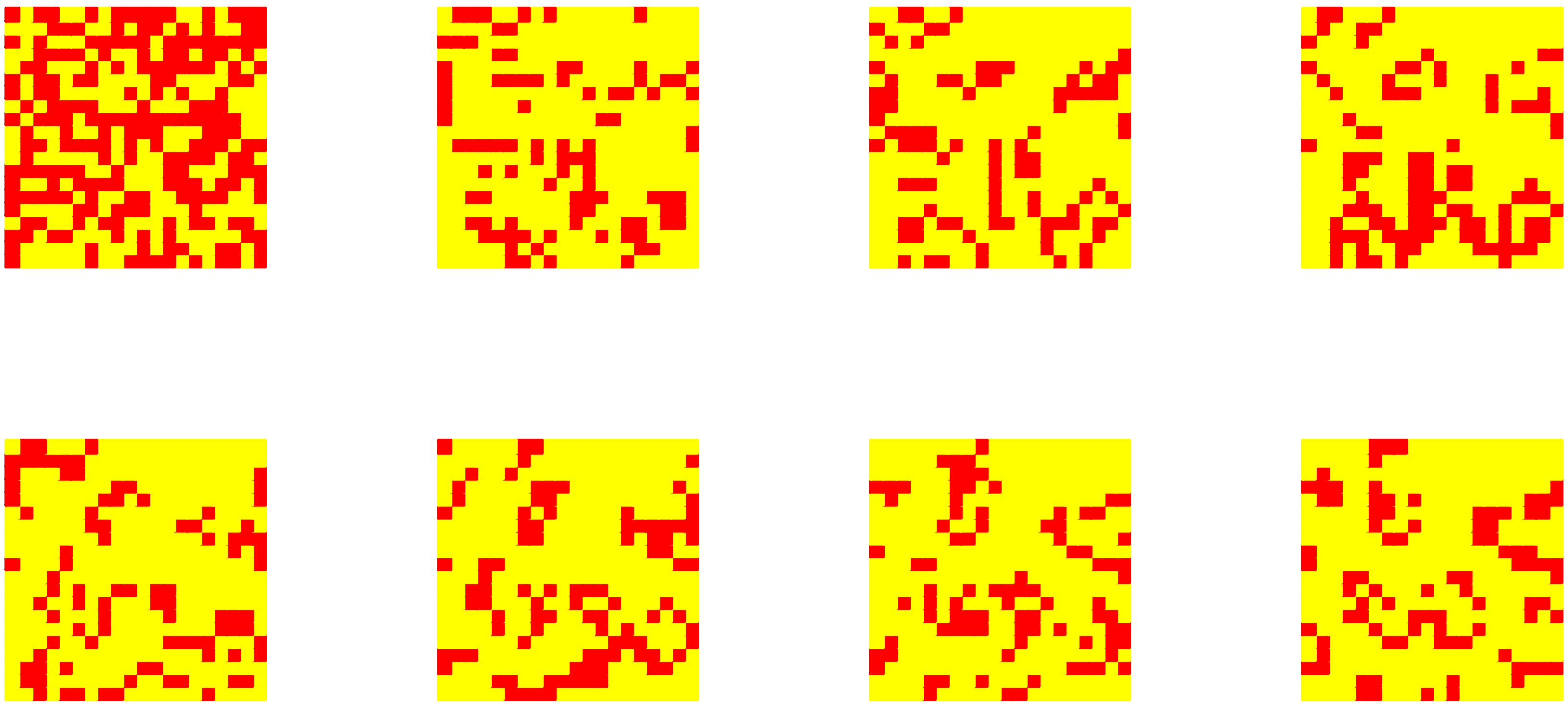




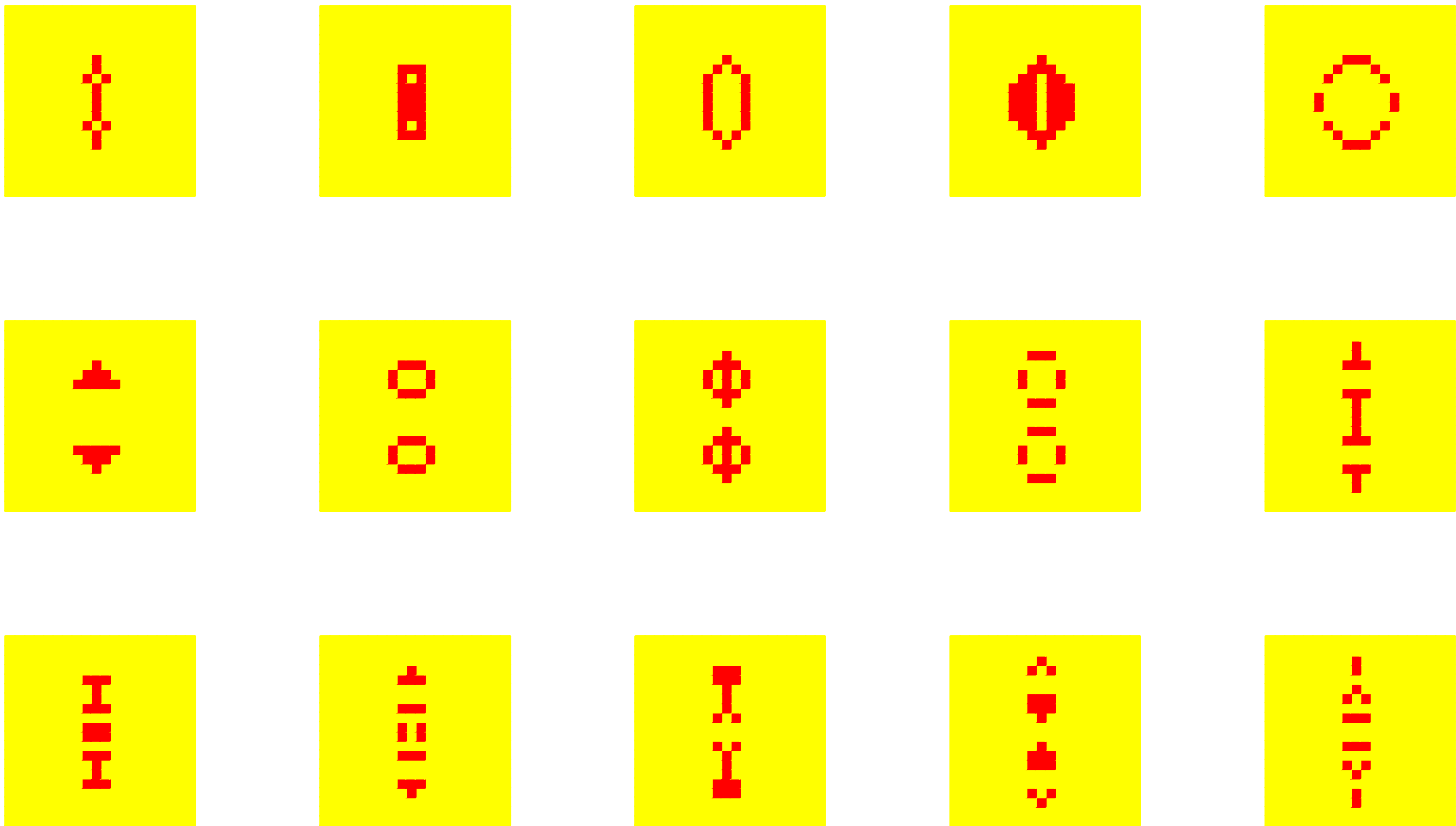


Gra w życie

Losowe warunki początkowe:



Przykład zachowania cyklicznego:



Zastosowania automatów komórkowych

- **Modelowanie obliczeń równoległych i uniwersalności obliczeniowej (zdolność do wykonywania dowolnego skończonego algorytmu).**
- **Doświadczenia z *wyłanianiem się* zachowań kolektywnych (pomysł: nie opisywać *złożonego* układu *złożonymi* równaniami, ale pozwolić złożoności wyłonić się w wyniku interakcji wielu *prostych* osobników stosujących się do *prostych* reguł).**

- **Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych.**
- **Modelowanie procesów fizycznych (zjawisko turbulencji, wietrzenie skał, ruchy lądów, przepływ lawy, hydrodynamika).**
- **Rozwiązywanie problemów inżynierskich (przetwarzanie obrazów, GIS, generatory liczb pseudolosowych, kryptografia, robotyka).**
- **Generowanie wizualnie ciekawych wzorów.**

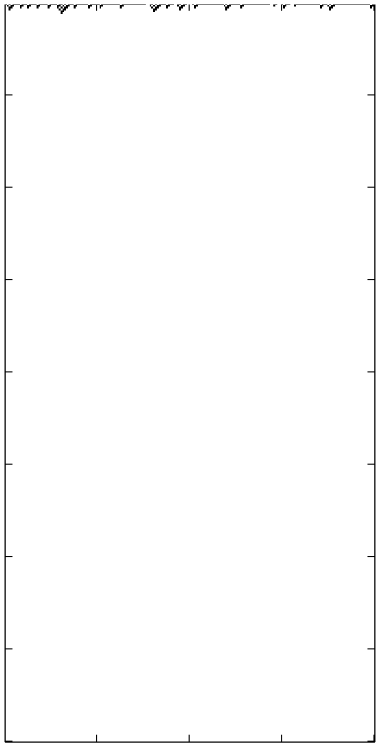
Podział wg S. Wolframa

Klasa I ewoluuje do stanu jednorodnego (punkty graniczne).

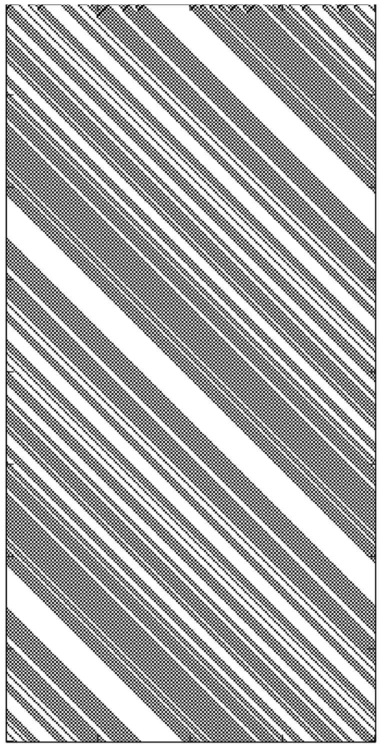
Klasa II zbiega do prostych izolowanych struktur okresowych (cykle graniczne).

Klasa III prowadzi do aperiodycznych zachowań chaotycznych (dziwne atraktory).

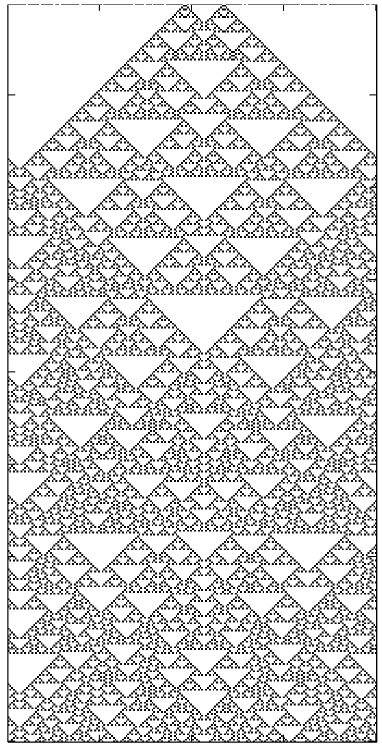
Klasa IV prowadzi do trwałych złożonych wzorów o skupionych strukturach, włączając struktury propagujące (uniwersalność obliczeniowa).



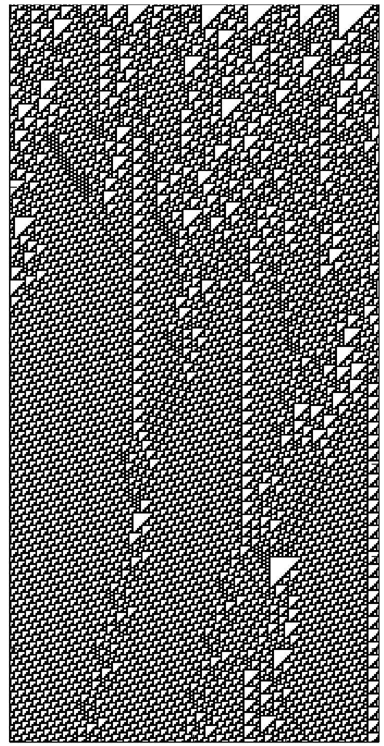
Klasa I



Klasa II

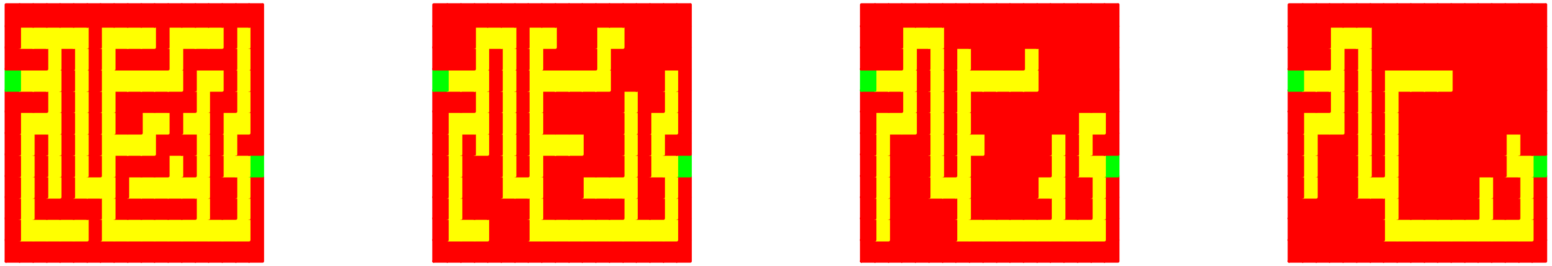


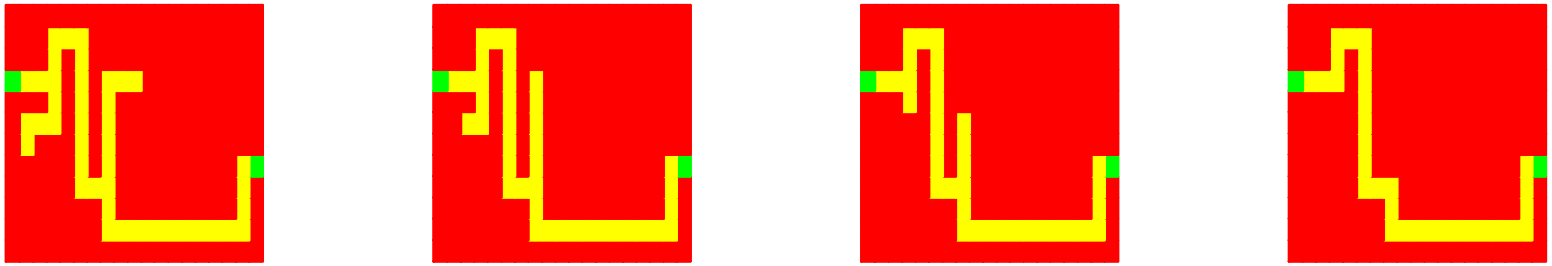
Klasa III



Klasa IV

Odszukiwanie drogi w labiryncie





Stochastyczny pożar lasu

Możliwe stany są następujące:

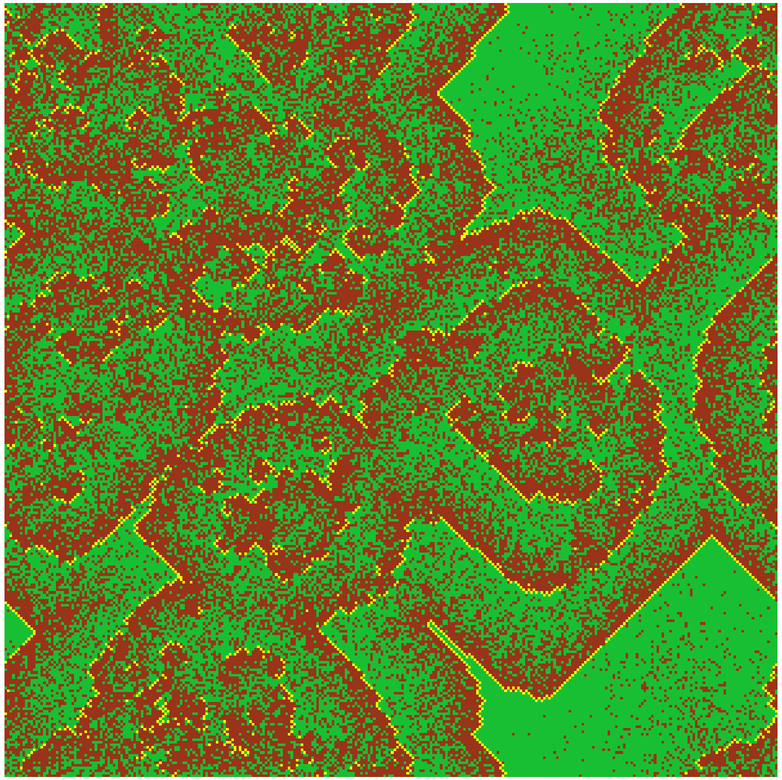
- 0 **– puste miejsce**
- 1 **– miejsce zajmowane przez drzewo**
- 2 **– miejsce zajmowane przez płonące drzewo**

R1. **Na pustym miejscu wyrasta drzewo ($0 \rightarrow 1$) z prawdopodobieństwem p.**

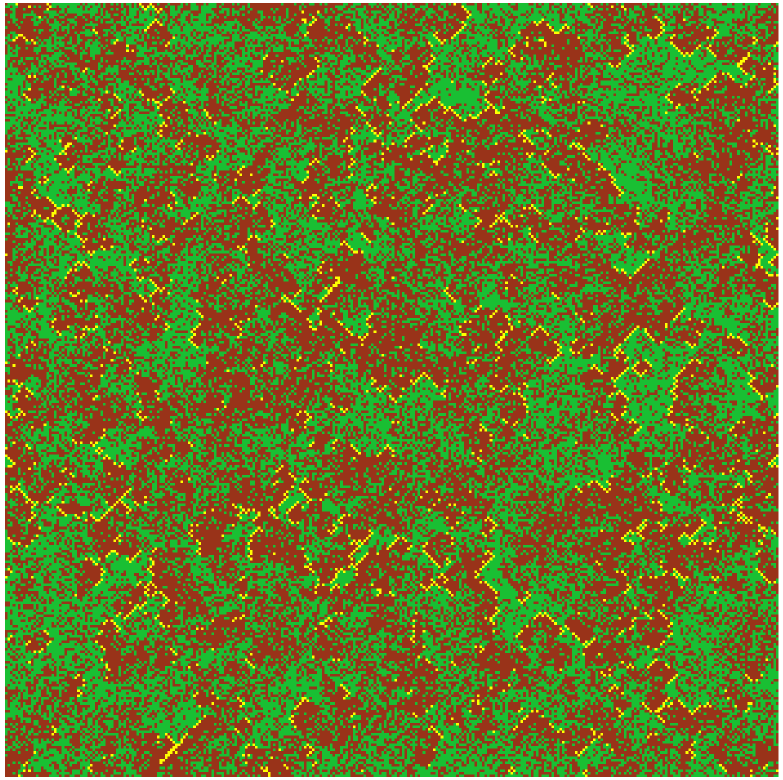
R2. **Drzewo zapala się ($1 \rightarrow 2$) z prawdopodob. $(1 - g)$, gdzie: g – prawdopodob. odporności, jeżeli przynajmniej jeden z sąsiadów się pali.**

R3. **Drzewo zapala się ($1 \to 2$) z prawdopodob. $f(1-g)$, gdzie: f – prawdopodobieństwo samozapalenia się, jeżeli żaden z sąsiadów się nie pali.**

R4. **Płonące drzewo spala się, a miejsce po nim staje się puste ($2 \to 0$).**

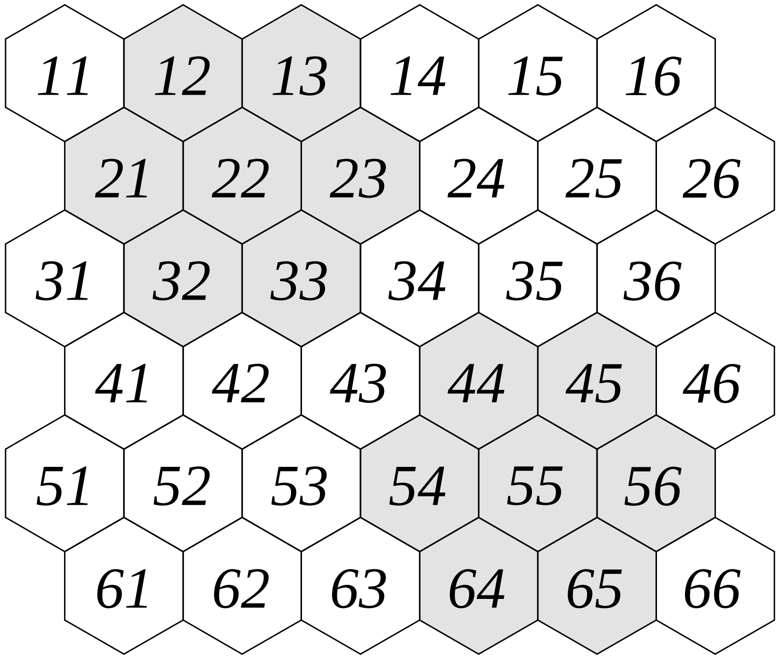


spirale ognia

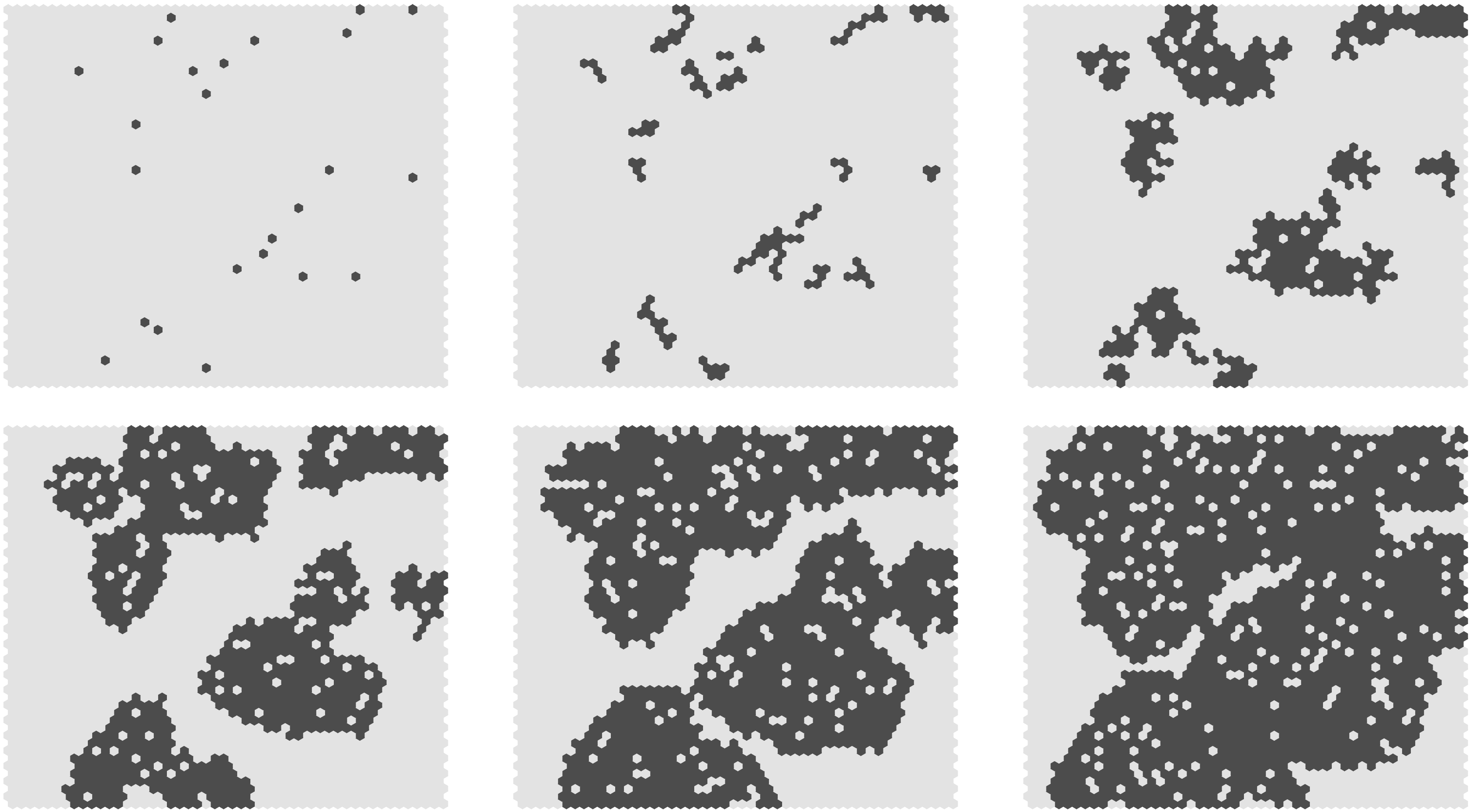


samozorganizowane stany krytyczne

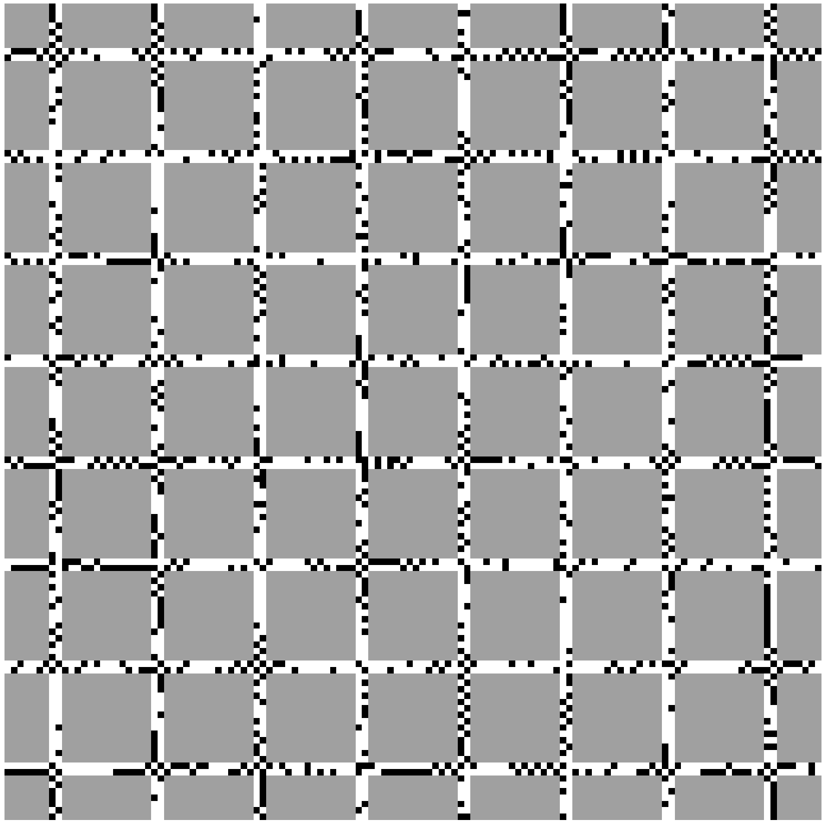
Rozprzestrzenianie roślinności

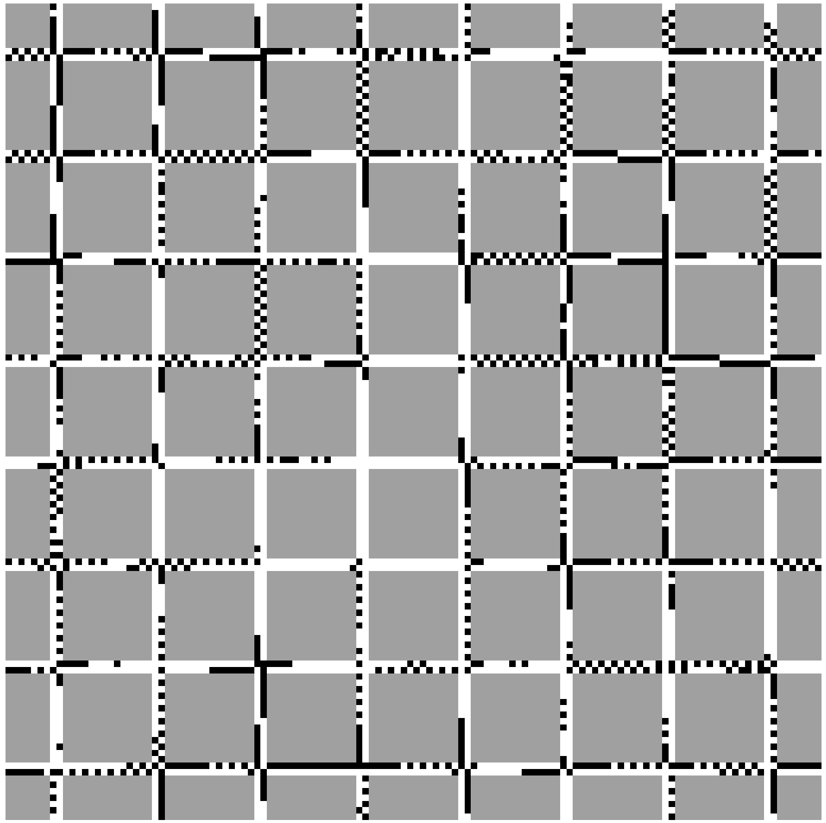


11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

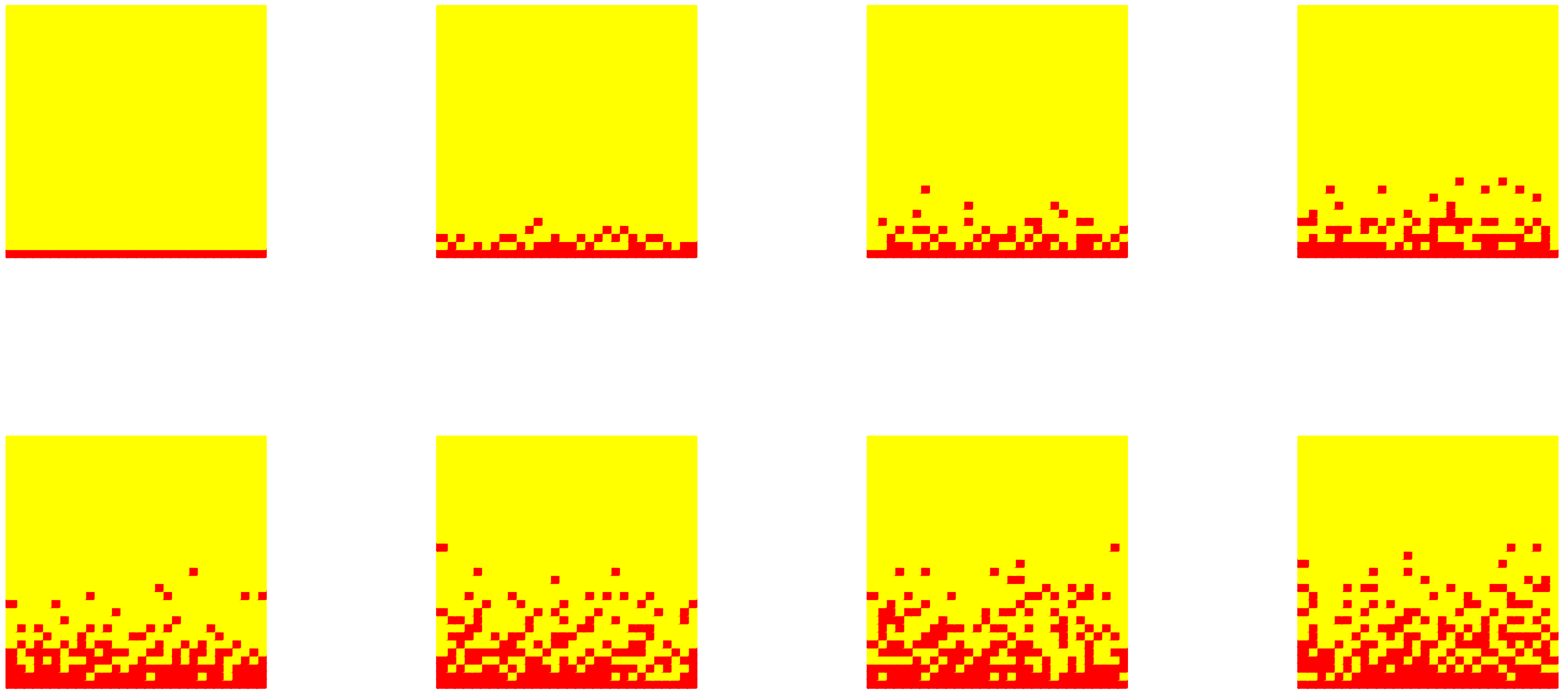


Modelowanie ruchu ulicznego

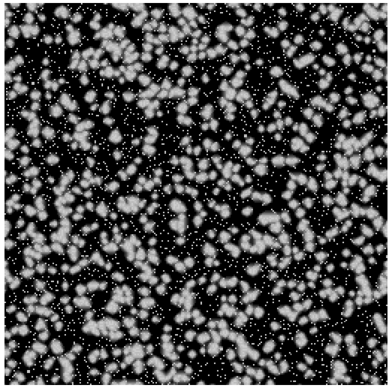




Dyfuzja (34 reguły)



Ośrodki podatne



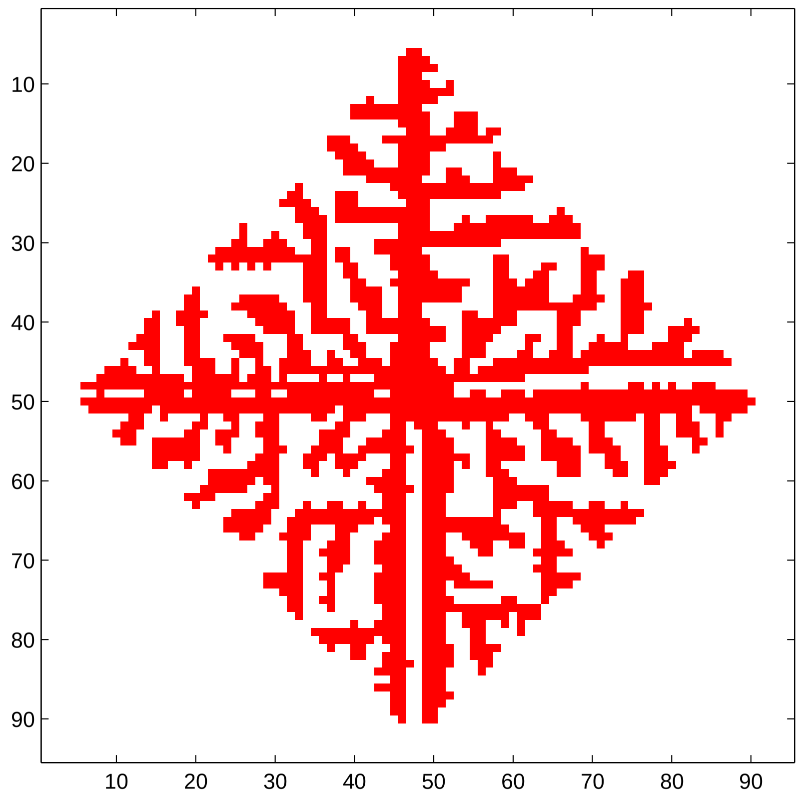
t=5

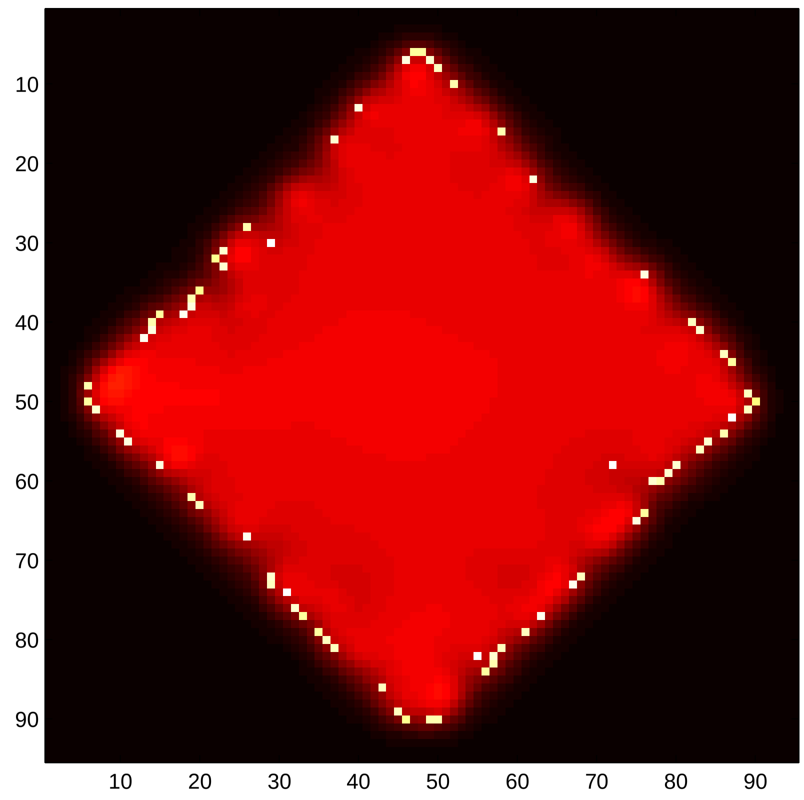
t=110

t=115

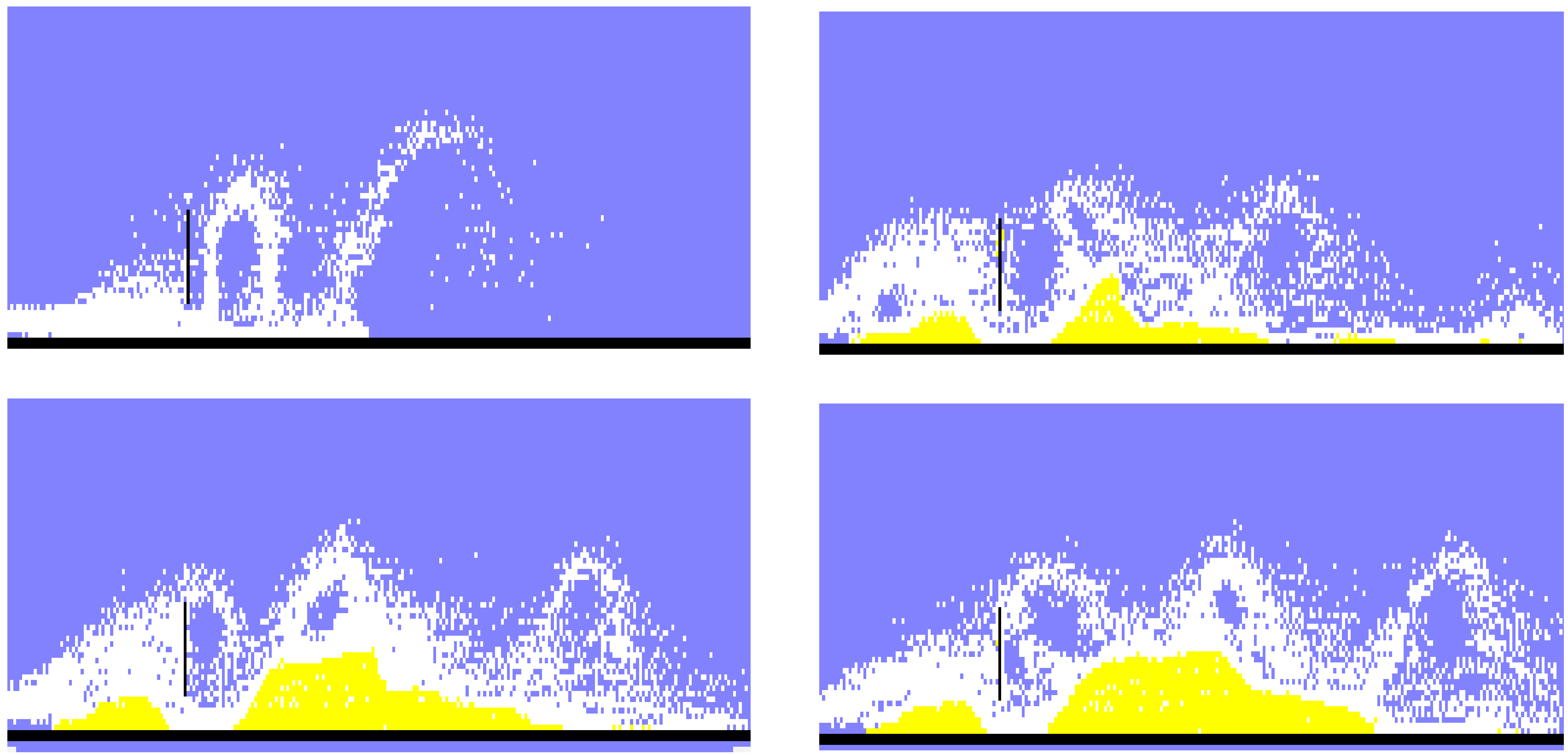
t=120

Krystalizacja w przechłodzonej cieczy

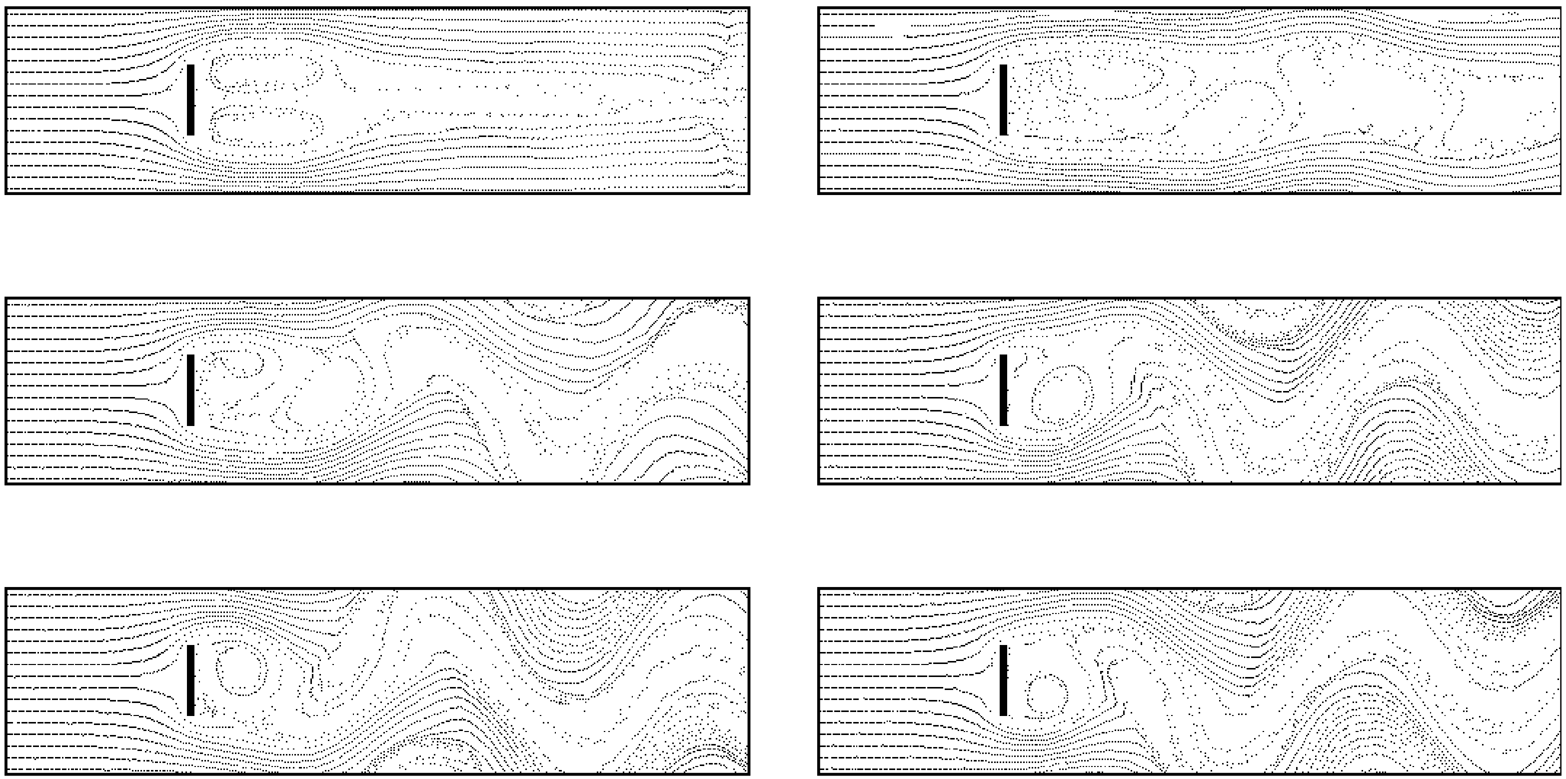




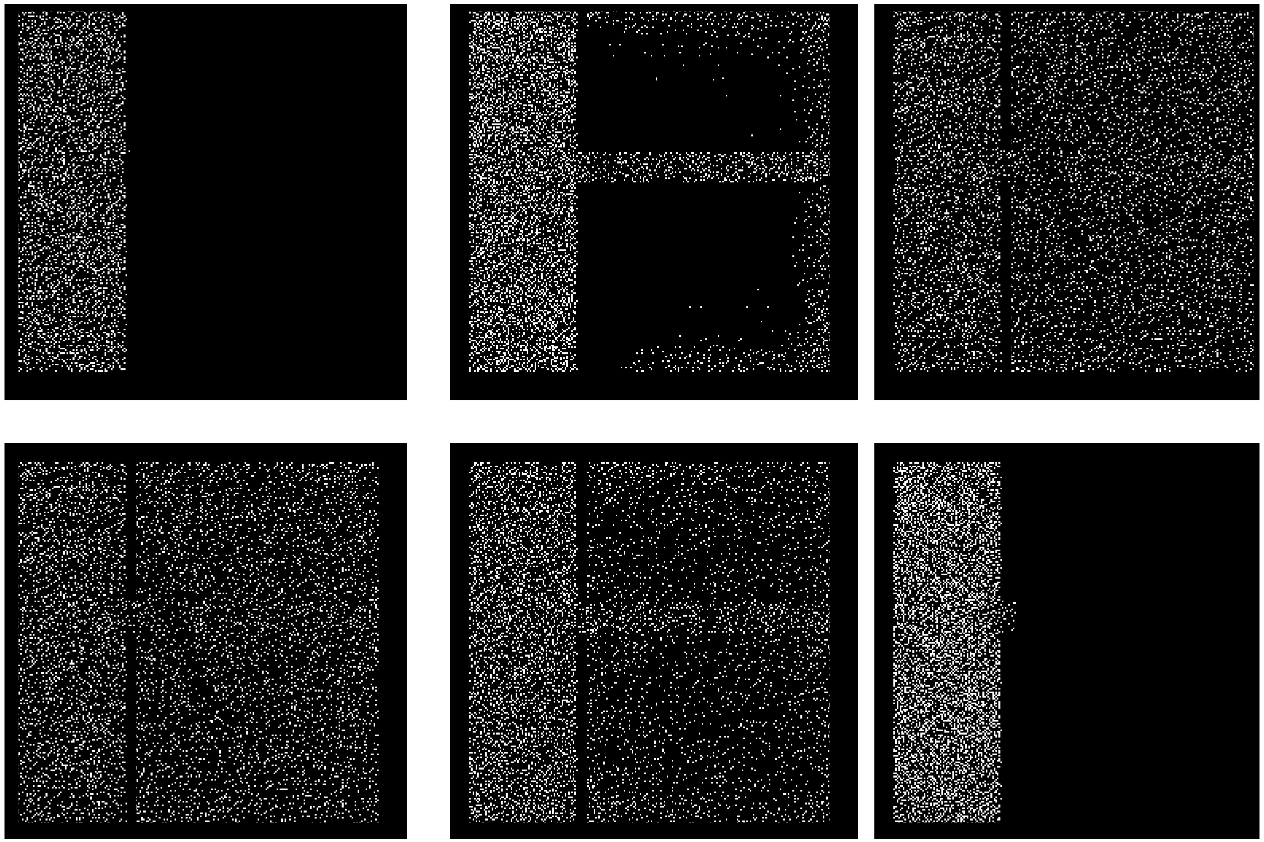
Unoszenie śniegu

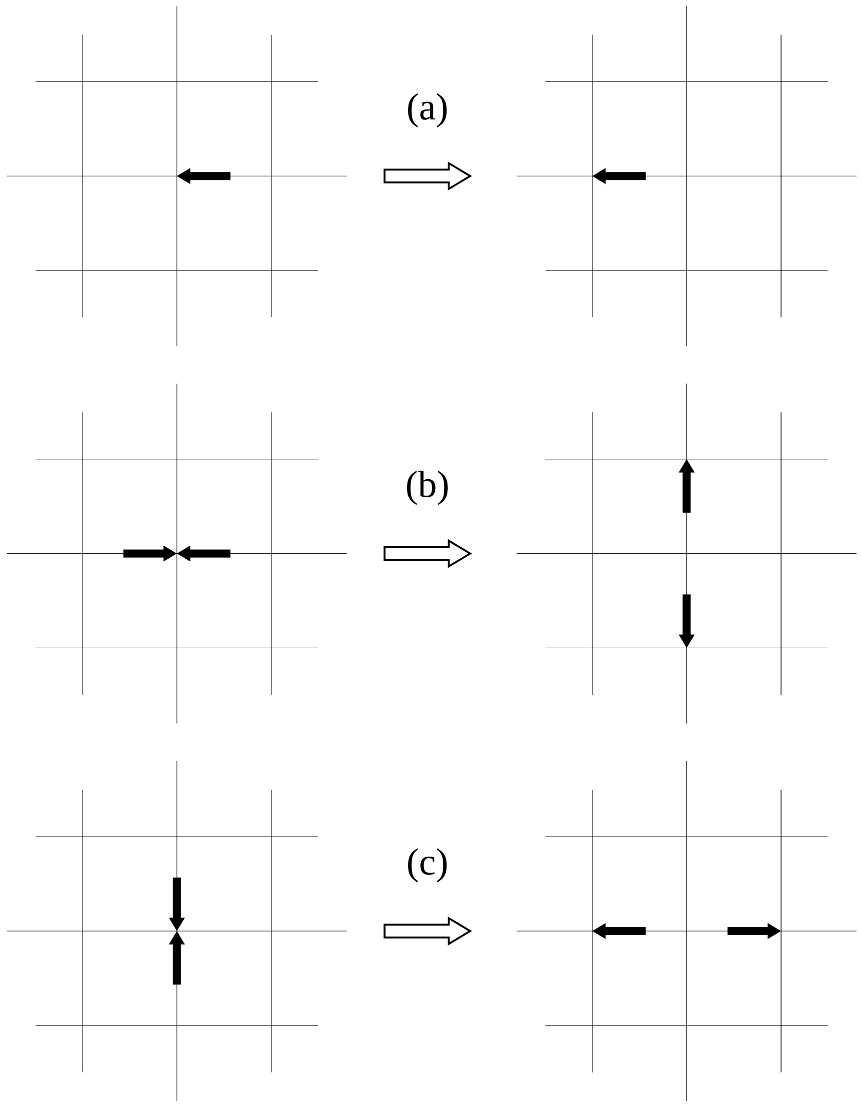


Niestacjonarny przepływ płynów

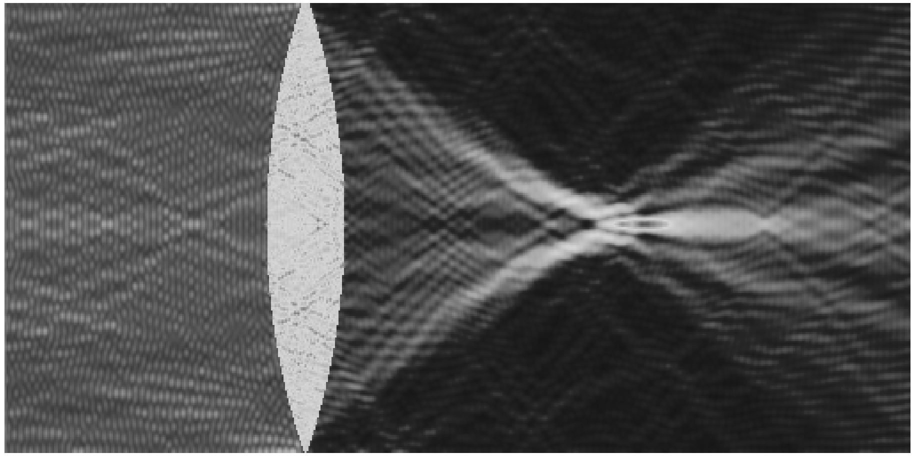


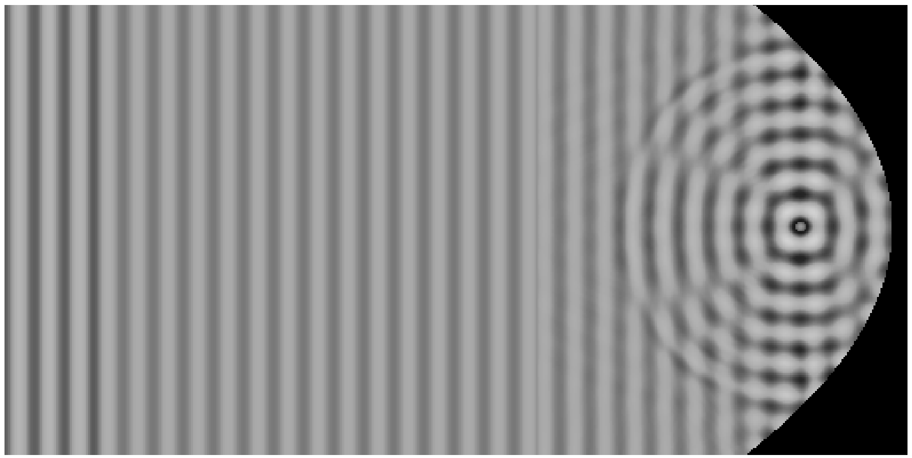
Ewolucja gazu HPP



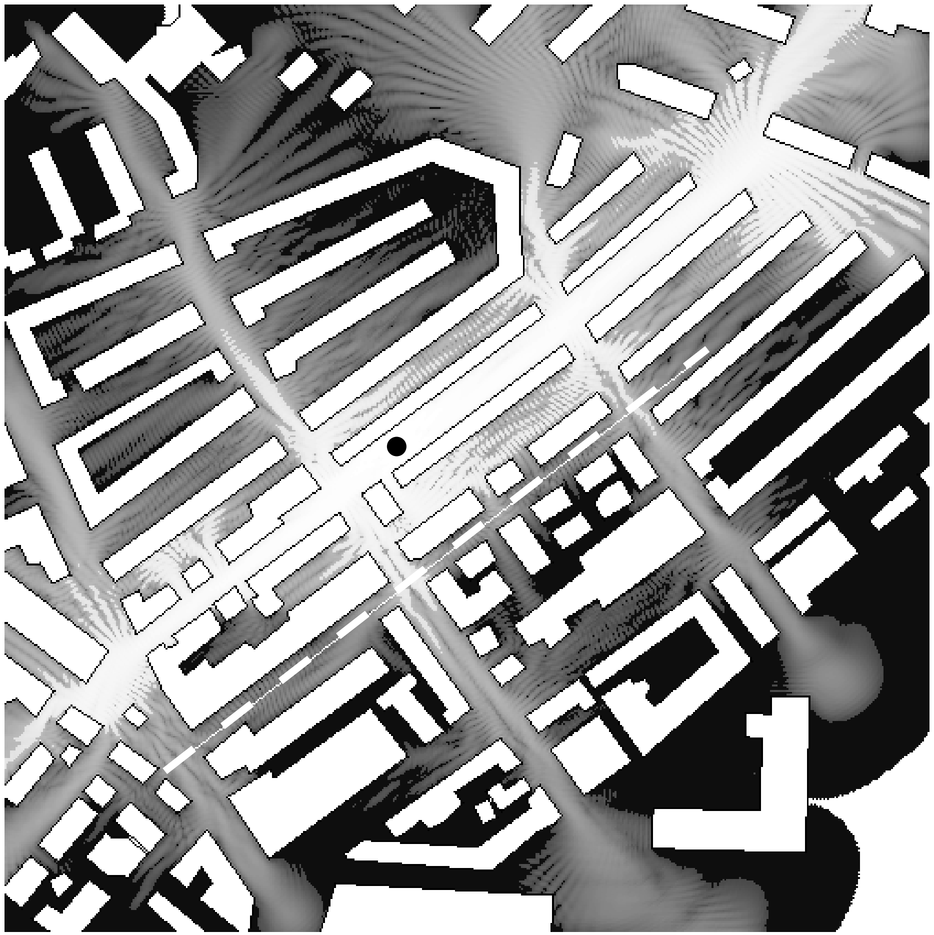

(a)
(b)
(c)

Optyka





Telefonia komórkowa



Wnioski

- **Zainteresowanie automatami komórkowymi zasadza się na mikroskopowej zawartości ich reguł: w ogólności istnieje jasna fizyczna i intuicyjna interpretacja dynamiki bezpośrednio na poziomie komórki (inaczej niż dla schematów numerycznych).**
- **Wiele barier utrudniających efektywne konkurowanie tego nowego podejścia z tradycyjnymi metodami wciąż stanowi wyzwanie.**

Aby zacząć . . .

- **P. Caveney, R. Highfield, *Granice złożoności (poszukiwania porządku w chaotycznym świecie)*, Prószyński i S-ka, Warszawa, 1997**
- **Strona domowa Bastiena Choparda: *cui.unige.ch/~chopard/***
- **Strona domowa Jörga Weimara: *www-public.tu-bs.de:8080/~weimar/home3e.html***
- **Portal *i90fs4.ira.uka.de/ca/***