

Ćwiczenia z metod matematycznych w technice

Funkcje trygonometryczne

1. Określić wartości

$$(a) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right), \quad (b) \cos\left(\frac{9\pi}{4}\right), \quad (c) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right), \quad (d) \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4}\right),$$
$$(e) \operatorname{ctg}\left(\frac{2\pi}{3}\right), \quad (f) \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right), \quad (g) \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{6}\right), \quad (h) \cos\left(\frac{5\pi}{2}\right).$$

2. Wiadomo, że $\cos(\alpha) = 1/10$. Obliczyć $\sin(\alpha)$.

3. Określić wartości

$$(a) \sin\left(\frac{\pi}{12}\right), \quad (b) \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right), \quad (c) \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right), \quad (d) \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right).$$

Wskazówka: Wykorzystać formuły

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\alpha)), \quad \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\alpha)).$$

4. Udowodnić wzory

$$(a) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha), \quad (b) \cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin(\alpha),$$
$$(c) \cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha), \quad (d) \sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha),$$
$$(e) \operatorname{tg}(\alpha + \pi) = \operatorname{tg}(\alpha), \quad (f) \operatorname{ctg}(\alpha - \pi) = \operatorname{ctg}(\alpha).$$

5. Naszkicować wykresy następujących funkcji:

$$(a) y = -\cos(x), \quad (b) y = 2\cos(x), \quad (c) y = 1 + \sin(x),$$
$$(d) y = 1 + \cos(x), \quad (e) y = 2 - \sin(x), \quad (f) y = -1 + \sin(x),$$
$$(g) y = -\operatorname{tg}(x), \quad (h) y = 3\cos(2x), \quad (i) y = \frac{5}{2}\sin(2\pi x),$$
$$(j) y = 2\sin(-\pi x), \quad (k) y = \cos\left(\frac{1}{2}x\right), \quad (l) y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

6. Znajdź fg , f/g , $f \circ g$, $g \circ f$ jeżeli

$$(a) \begin{cases} f(x) = 1 + 4x \\ g(x) = \cos(x) \end{cases} \quad (b) \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = \sin(x^2) \end{cases} \quad (c) \begin{cases} f(x) = \sin(x) \\ g(x) = \cos(x) \end{cases}$$
$$(d) \begin{cases} f(x) = 1 + x^2 \\ g(x) = \operatorname{tg}(x) \end{cases} \quad (e) \begin{cases} f(x) = 1 + \cos(2x) \\ g(x) = \sqrt{x} \end{cases} \quad (f) \begin{cases} f(x) = \operatorname{tg}(2x) \\ g(x) = \operatorname{ctg}(2x) \end{cases}$$