Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych
Politechnika Zielonogórska

Metody i techniki optymalizacji

Formułowanie zadań optymalizacji

Program ćwiczenia obejmuje następujące zadania:

1. W fabryce wytwarza się produkty I i II. Wytworzenie jednostki produktu I wymaga zużycia 8 jednostek surowca A i 5 jednostek surowca B, zaś jednostki produktu II – 2 jednostek surowca A i 5 jednostek surowca B. Dostawy surowców w każdym dniu wynoszą dla surowców A i B odpowiednio 40 i 25 jednostek. Produkt I sprzedaje się po cenie 12 zł za jednostkę, produkt II natomiast – 11 zł za jednostkę. Pozostałe koszty produkcji wynoszą 3 zł ma jednostkę niezależnie od rodzaju produktu. Zadanie polega na określeniu wielkości dziennej produkcji każdego produktu tak, aby otrzymać maksymalny zysk.

   Sformułować odpowiednie zadanie programowania liniowego i rozwiązać je graficznie dla dwóch następujących przypadków:

   (a) wielkość produkcji można wyrazić stosując nieujemne liczby rzeczywiste, np. 5.2 kg produktu I i 10.85 kg produktu II;

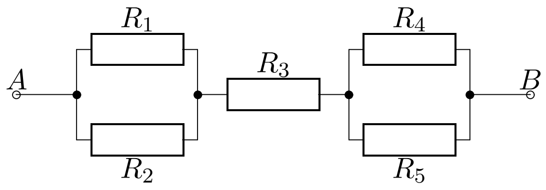
   (b) wielkość produkcji mierzy się w jednostkach niepodzielnych, np. 5 szt. produktu I i 11 szt. produktu II.

2. Zależność miedzy wielkościami skalarnymi x i y przybliżono modelem o postaci ogólnej $y = \alpha + \beta x$, dobierając wartości parametrów modelu α i β na podstawie wyników obserwacji wielkości x i y:

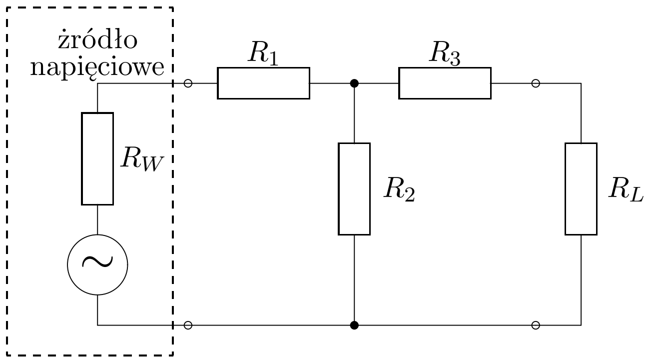
x	-3	1	2
y	1	3	5

   Za kryterium wyboru wartości parametrów α i β przyjęto sumę kwadratów różnic między zaobserwowanymi wartościami zmiennej y a wartościami tej zmiennej wynikającymi z modelu dla zaobserwowanych wartości zmiennej x. Sformułować zadanie określenia takich wartości parametrów, przy których wartość przyjętego kryterium jest najmniejsza,

3. Blaszane pojemniki bez pokrywy w kształcie prostopadłościanów o objętości 0.25 m^3 mają być produkowane z dwóch rodzajów blachy. Dno pojemnika powinno być wykonane z blachy o grubości 4 mm, ściany boczne zaś z blachy o grubości 2 mm. Blacha cienka pochodzi z odpadów i na jeden pojemnik nie wolno zużyć jej więcej niż 0.75 m^2. Odbiorca pojemników wymaga, aby ich szerokość nie przekraczała 60 cm, wysokość natomiast zawierała się w przedziale od 50 do 75 cm. Zakładając, że ciężar 1 m^2 blachy jest proporcjonalny do jej grubości, sformułować zadanie zaprojektowania pojemnika o minimalnym ciężarze.



Rysunek 1: Obwód z zadania 5.



Rysunek 2: Obwód z zadania 6.

4. Aby określić parametry modelu w zagadnieniu sformułowanym w zadaniu 2, przyjęto inną postać kryterium. Zdecydowano się dobrać parametry α i β tak, aby największa z wartości bezwzględnych różnic między zaobserwowanymi wartościami zmiennej y a wartościami tej zmiennej, wynikającymi z modelu dla zaobserwowanych wartości zmiennej x, była najmniejsza. Sformułować zadanie określenia wartości parametrów.

5. Dana jest sieć jak na rys. 1 złożona z pięciu rezystorów o rezystancjach $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $R_4 = 10\ \Omega$, $R_5 = 8\ \Omega$. Wartości prądów płynących przez rezystory nie mogą przekraczać dla kolejnych rezystorów wartości $I_1 = 2$ A, $I_2 = 3$ A, $I_3 = 4$ A, $I_4 = 2$ A, $I_5 = 2$ A. Wyznaczyć największą wartość prądu, który może przepływać od punktu A do punktu B rozważanej sieci.

6. Źródło napięciowe jest połączone z odbiornikiem o rezystancji R_L za pośrednictwem czwórnika w kształcie litery T (rys. 2). Nominalna wartość R_L wynosi 100 Ω, ale rzeczywista wartość R_L może zmieniać się od 50 do 150 Ω. Należy tak dobrać wartości rezystancji R_1, R_2 i R_3, aby zmiany rezystancji obciążenia źródła napięciowego nie przekraczały $\pm 5\%$ rezystancji obciążenia przy nominalnej wartości R_L, a stosunek mocy rozpraszanej w czwórniku do mocy wydzielanej w odbiorniku był w warunkach nominalnych jak najmniejszy.

7. Jak sprowadzić rozwiązywanie układu równań nieliniowych

$$\begin{aligned}\varphi_1(x_1, \ldots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ \varphi_n(x_1, \ldots, x_n) &= 0\end{aligned}$$

do rozwiązywania zadania optymalizacji? Rozważyć układ

$$\begin{aligned}x^2 - y + z &= 1 \\ z^2 &= x \\ x &= e^{z-y}\end{aligned}$$