

**Metody probabilistyczne – ćwiczenia**

**Estymacja przedziałowa cd.**

Program ćwiczeń obejmuje następujące zadania:

1. Właściciel przedsiębiorstwa „Fitness” ma zamiar wprowadzić dodatkowe ćwiczenia gimnastyczne dla swoich klientów. W tym celu zamierza zakupić specjalne urządzenie sportowe. Na podstawie próby wylosowanych 200 klientów tego przedsiębiorstwa ustalono, że 160 osób chciałoby stosować to urządzenie. Oceń z 95% wiarygodnością odsetek wszystkich klientów chcących ćwiczyć na nowym urządzeniu.
2. Właściciel sklepu z artykułami żywnościowymi chce ustalić procent swoich stałych klientów spośród ogółu klientów jego sklepu. Jak liczną próbę powinien wylosować, aby z prawdopodobieństwem 95% maksymalny błąd szacunku nie przekraczał 5%?
3. W ostatnich wyborach prezydenckich w próbie liczącej 120 głosujących w pewnej komisji wyborczej znalazło się 30 osób w wieku 25 lat lub mniej. Z prawdopodobieństwem 98% zbuduj przedział ufności dla odsetka młodych wyborców (25 lat lub mniej) spośród ogółu głosujących w tym obwodzie.
4. W sondażu telefonicznym przeprowadzonym wśród wylosowanych 169 osób firma reklamowa ustaliła, że 48 osób spośród badanych zapamiętało ostatni slogan reklamowy związany z wprowadzeniem nowego produktu na rynek. Z 90% wiarygodnością należy oszacować procent widzów telewizyjnych, którzy zapamiętali omawiany tekst reklamy telewizyjnej.
5. Firma produkująca sprzęt komputerowy chce ustalić odsetek przedsiębiorstw będących potencjalnymi nabywcami ich produktu. wiadomo, że szacunkowy procent przedsiębiorstw chcących nabyć komputer tej firmy wynosi około 75%. Co najmniej ile przedsiębiorstw powinno znaleźć się w próbie losowej dla każdego z poniżej podanych maksymalnych błędów szacunku i 95% współczynnika ufności?
  - a) 10%
  - b) 7.5%
  - c) 5%
  - d) 3%Co można powiedzieć o minimalnej liczebności próby w miarę zmniejszania się maksymalnego błędu szacunku?
6. Zakładając, że kwartalne wydatki na reklamę można uznać za cechę o rozkładzie  $N(\mu, \sigma)$ , wylosowano do próby 100 zakładów usługowych i otrzymano następujący rozkład wydatków na reklamę:

Kwartalne wydatki (w tys. PLN)	0-5	5-10	10-15	15-20
Liczba zakładów	10	20	40	30

Wyznaczyć na poziomie ufności 0.96 przedział ufności dla przeciętnych kwartalnych wydatków na reklamę. Jaka będzie dokładność oszacowania, gdy poziom ufności będzie równy 0.9? Dokonać szacowania odchylenia standardowego wydatków na reklamę, na poziomie ufności 0.95.

Następnie oszacować na poziomie ufności 0.99, jaki procent zakładów usługowych wydaje na reklamę przynajmniej 10 tys. PLN. Jaka powinna być minimalna liczebność próby, niezbędna do oszacowania ww. odsetka zakładów, aby maksymalny błąd szacunku nie przekroczył 2%, jeśli:

- a) traktujemy dostępne dane jako wyniki wstępnej próby,
- b) nie mamy żadnych informacji o rzędzie wielkości szacowanego procentu.

7. Na pewnym osiedlu przeprowadzono pomiary powierzchni mieszkań i uzyskano wyniki:

Powierzchnia w $m^2$	30-40	40-50	50-60	60-70
Liczba mieszkań	50	40	20	10

Wyznaczyć przedział ufności dla procentu mieszkań o powierzchni powyżej  $50 m^2$ , na poziomie ufności 0.99. Ile mieszkań należałoby poddać badaniu, aby oszacować procent mieszkań o powierzchni od 40 do  $60 m^2$  z maksymalnym błędem 5%, na poziomie ufności 0.96? Wyznaczyć 95% przedział ufności dla wartości przeciętnej  $\mu$  i wariancji  $\sigma$  powierzchni mieszkań na tym osiedlu.

8. Zakładamy, że czas pracy żarówek produkowanych przez firmę POLAM ma rozkład  $N(750, \sigma)$ . Na podstawie 16-elementowej próby losowej otrzymano  $S_2^2 = 2500$ . Wyznaczyć 98% przedział ufności dla odchylenia standardowego czasu pracy żarówek.

9. Zakładamy, że waga detali ma rozkład normalny. Na podstawie 10 losowo wybranych detali wyznaczono odchylenie standardowe wagi tych detali  $S = 0.5$  kg. Na poziomie ufności 0.98 wyznaczyć przedział ufności dla wariancji detali. Jaki to będzie przedział ufności, gdy  $(1 - \alpha) = 0.9$ ? Ile elementów należałoby dołosoować do próby, aby oszacować średnią wagę detalu, z dokładnością do 0.1 kg na poziomie ufności 0.98?

10. Na podstawie 64 losowo wybranych wyrobów z bieżącej produkcji otrzymano średnią liczbę usterek równą 3 oraz współczynnik zmienności 57%. Oszacować metodą przedziałową przeciętną liczbę usterek w produkowanych wyrobach na poziomie ufności 0.98. Oszacować odchylenie standardowe liczby usterek przyjmując poziom ufności 0.95, założyć rozkład normalny.

Tabela 1: **Rozkład chi-kwadrat:** w k-tym wierszu podano takie wartości  $\chi_\alpha^2$ , dla których jest spełniony warunek  $P(\chi_k^2 \geq \chi_\alpha^2) = \alpha$ , gdzie k - ilość stopni swobody rozkładu

P	0.99	0.95	0.90	0.80	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
k											
1	0.000	0.004	0.016	0.064	0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635
2	0.020	0.103	0.211	0.446	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210
3	0.115	0.352	0.584	1.005	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.34
4	0.297	0.711	1.064	1.649	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.67	13.28
5	0.554	1.145	1.610	2.343	4.351	6.064	7.289	9.236	11.07	13.39	15.09
6	0.872	1.635	2.204	3.070	5.348	7.231	8.558	10.64	12.59	15.03	16.81
7	1.239	2.167	2.833	3.822	6.346	8.383	9.803	12.02	14.07	16.62	18.47
8	1.646	2.733	3.490	4.594	7.344	9.524	11.03	13.36	15.51	18.17	20.09
9	2.088	3.325	4.168	5.380	8.343	10.66	12.24	14.68	16.92	19.68	21.67
10	2.588	3.940	4.865	6.179	9.342	11.78	13.44	15.99	18.31	21.16	23.21
11	3.052	4.575	5.578	6.989	10.34	12.90	14.63	17.27	19.67	22.62	24.72
12	3.571	5.226	6.304	7.807	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	24.05	26.22
13	4.107	5.892	7.042	8.634	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	25.47	27.69
14	4.660	6.571	7.790	9.467	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.87	29.14
15	5.229	7.261	8.547	10.31	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	28.26	30.58
16	5.812	7.962	9.312	11.15	15.34	18.42	20.46	23.54	26.30	29.63	32.00
17	6.408	8.672	10.08	12.00	16.34	19.51	21.61	24.77	27.59	30.99	33.41
18	7.015	9.390	10.86	12.86	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	32.35	34.80
19	7.633	10.12	11.65	13.72	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	33.69	36.19
20	8.260	10.85	12.44	14.58	19.34	22.77	25.04	28.41	31.41	35.02	37.57