

Metody probabilistyczne – ćwiczenia

Prawdopodobieństwo warunkowe

Program ćwiczeń obejmuje następujące zadania:

1. Rzucamy trzy razy kostką. Określić $P(A | B)$, gdzie:

$$A = \{\text{więcej razy pojawia się orzeł}\},$$
$$B = \{\text{pierwszy wynik to orzeł}\}.$$

2. Rzucamy dwa razy rzetelną kostką czworościenną. Niech X – rezultat pierwszego rzutu, a Y – rezultat drugiego rzutu. Określić $P(A | B)$, gdzie:

$$A = \{\max(X, Y) = m\}, \quad B = \{\min(X, Y) = 2\},$$

oraz $m = 1, 2, 3, 4$.

3. Konserwatywny zespół projektowy K i innowacyjny zespół projektowy I mają w ciągu miesiąca zaprojektować nowy produkt. Z poprzednich doświadczeń wynika, że
 - (a) prawdopodobieństwo, że zespół K osiągnie sukces wynosi $2/3$,
 - (b) prawdopodobieństwo, że zespół I osiągnie sukces wynosi $1/2$,
 - (c) prawdopodobieństwo, że przynajmniej jeden zespół osiągnie sukces wynosi $3/4$.

Jeśli obydwa zespoły osiągną sukces, do produkcji przyjmuje się projekt I . Zakładając, że tylko jeden projekt osiągnął sukces, jakie jest prawdopodobieństwo, że był to projekt zespołu N ?

4. Jeżeli samolot jest obecny w pewnym obszarze, radar rejestruje jego obecność z prawdopodobieństwem 0.99. Jeżeli go nie ma, radar fałszywie alarmuje o jego obecności z prawdopodobieństwem 0.1. Zakładamy, że samolot przelatuje przez rozważany obszar z prawdopodobieństwem 0.05. Jakie jest prawdopodobieństwo fałszywego alarmu oraz prawdopodobieństwo przeoczenia samolotu?
5. Z talii wyciągamy trzy karty bez wkładania ich z powrotem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadna z nich nie jest kierem?
6. Grupę studencką złożoną z 4 pań i 12 panów podzielono na 4 podgrupy po cztery osoby. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w każdej podgrupie znajduje się jedna pani?

7. Rzucamy dwiema kostkami.
- (a) Określić prawdopodobieństwo, że rezultaty na obu kostkach są jednakowe.
 - (b) Jeżeli wypadła suma oczek nie przekraczająca cztery, to jakie jest prawdopodobieństwo, że na obu kostkach wypadły te same rezultaty?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej na jednej kostce wypadło sześć oczek?
 - (d) Jeżeli na kostkach wypadły różne rezultaty, to jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej na jednej wypadło sześć oczek?
8. Rzucamy dwa razy monetą. Alicja twierdzi, że wypadnięcie dwóch orłów w sytuacji, gdy wiadomo, że pierwszy wynik to orzeł, jest przynajmniej tak samo prawdopodobne jak wówczas gdy wiadomo, że przynajmniej jeden z wyników to orzeł. Czy to prawda?
9. Uczestniczysz w turnieju szachowym, w którym Twoje prawdopodobieństwo wygranej wynosi 0.3 względem połowy graczy (nazwijmy ich Typ 1), 0.4 względem ćwierci graczy (Typ 2) oraz 0.5 względem pozostałych (Typ 3). Grasz partię z losowo wybranym graczem. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej?
10. Rzucamy czterościenną kostką. Jeżeli wynikiem jest 1 lub 2, rzucamy raz jeszcze, w przeciwnym razie kończymy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma wyników wynosi przynajmniej 4?
11. Alicja studiuje statystykę i po każdym tygodniu może być albo na bieżąco, albo mieć zaległości. Jeżeli w danym tygodniu będzie na bieżąco, prawdopodobieństwo tego, że w następnym tygodniu będzie na bieżąco (odpowiednio, z zaległościami) wynosi 0.8 (odpowiednio, 0.2). Jeżeli w danym tygodniu ma zaległości, prawdopodobieństwo, że w następnym będzie na bieżąco (odpowiednio, będzie mieć zaległości) wynosi 0.6 (odpowiednio, 0.4). Alicja jest na bieżąco gdy rozpoczyna się wykład. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie na bieżąco po trzech tygodniach?