

Ćwiczenie 2: Elementarne przykłady modelowania

1. Plik `sprinterzy.xls` zawiera rezultaty złotych medalistów olimpijskich w biegu na 200 m. Przedstawić te wyniki graficznie na jednym wykresie, dodając do nich linie trendu liniowego. Dokonując predykcji na 20–30 lat do przodu, przewidzieć kiedy kobiety zaczną biegać szybciej od mężczyzn. Przedyskutować sensowność takiej analizy. Czy istnieje bardziej adekwatny model od modelu liniowego?
2. W godzinach szczytu sygnalizacja na pewnym skrzyżowaniu znowu zmieniła światło na czerwone. Przed przejściem dla pieszych stoi długa kolejka samochodów. Po zmianie świateł na zielone samochody ruszają. Posługując się arkuszem kalkulacyjnym, ocenić ile samochodów może przejechać przez to skrzyżowanie jeżeli po czasie 15 s światło ponownie zmienia się na czerwone. Przyjąć następujące założenia:
 - (a) Samochody mogą jechać tylko prosto.
 - (b) Wszystkie samochody mają jednakową długość 5 m i na czerwonym świetle pozostają w spoczynku.
 - (c) Między kolejnymi samochodami jest luka o długości 2 m.
 - (d) Pierwszy samochód rusza wraz ze zmianą świateł, ale każdy następny z jednosekundowym opóźnieniem względem poprzedniego (uwzględnia się w ten sposób spóźnioną reakcję każdego kierowcy).
 - (e) W pierwszej fazie każdy samochód porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym aż do momentu osiągnięcia prędkości 50 km/h, po czym utrzymuje tę prędkość.
 - (f) Każdy samochód rozpędza się tak, że w ciągu 10 s osiągnąłby prędkość 72 km/h.

Wskazówka: Naszkicować wykresy prędkości kilku samochodów. Droga przebyta przez każdy z nich jest równa polu po odpowiednim wykresie.

3. Student wziął kredyt w wysokości P zł na utrzymanie podczas studiów, który będzie spłacany po podjęciu przez niego pracy. Zasada spłaty jest następująca: Co miesiąc do sumy niespłaconej kwoty kredytu dodaje się odsetki (oprocentowanie w skali miesięcznej wynosi $r\%$), a następnie od rezultatu odejmuje się stałą kwotę M spłaty wpłacaną przez tę osobę na konto banku. Posługując się arkuszem kalkulacyjnym narysować wykres kwoty zadłużenia w funkcji upływających miesięcy na przestrzeni pięciu lat. Przyjąć $P = 40000$ zł, $r = 0.25\%$ oraz $M = 718.75$ zł. Wyprowadzić ogólny wzór na zadłużenie A_n jako funkcję liczby upływających miesięcy n . Na jego podstawie określić kwotę miesięcznej spłaty M , jeżeli kredyt ma być spłacony w ciągu N miesięcy.
4. Po opadach śniegu na drodze o długości 10 km zalega warstwa śniegu o grubości 0.5 m. Do jej odśnieżenia zostaje wysłany pług, którego prędkość zależy od aktualnej grubości warstwy śniegu d [m] wg formuły

$$v = 10 \left(1 - \frac{2d}{3} \right) \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

Oznacza to, że przy braku śniegu pług porusza się ze prędkością 10 m/s, oraz że zatrzymuje się gdy warstwa śniegu staje się równa 1.5 m.

W chwili rozpoczęcia pracy przez pług znowu zaczyna padać śnieg. Czy w ciągu godziny pług dojedzie do końca drogi jeżeli szybkość opadu wynosi

- (a) 0.1 cm/s,
- (b) 0.025 cm/s,

$$(c) \ r(t) = \begin{cases} \frac{0.1t}{1800} & \text{jeżeli } 0 \leq t < 1800, \\ 0.2 - \frac{0.1t}{1800} & \text{jeżeli } 1800 \leq t \leq 3600. \end{cases}$$

Narysować wykres drogi pług w funkcji czasu.