

Równania różniczkowe — narzędzia

Dariusz Uciński

Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych
Uniwersytet Zielonogórski

Wykład 10

Równanie pierwszego rzędu



Prędkość skoczka spadochronowego opisuje równanie różniczkowe

$$\frac{dv}{dt}(t) = g - \frac{c}{m}v(t), \quad v(0) = 0$$

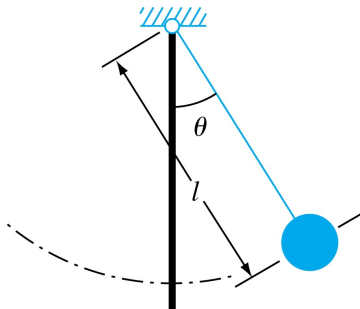
gdzie: $m = 68.1$ kg, $c = 12.5$ kg/s, $g = 9.81$ m/s². Rozwiązanie jest postaci

$$v(t) = \frac{gm}{c}(1 - \exp(-(c/m)t))$$

Spróbujmy jednak je rozwiązać numerycznie w Excelu, Matlabie, Octave'ie, Scilabie oraz Simulinku.

Równanie drugiego rzędu

Rozważmy teraz wahadło



Opisuje je równanie

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(t) + \frac{g}{\ell} \sin(\theta(t)) = 0, \quad \theta(0) = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{d\theta}{dt}(0) = 0$$

gdzie: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\ell = 0.6 \text{ m}$.

Równanie drugiego rzędu

Rozwiążemy je z zastosowaniem Matlab'a, Scilaba i Simulinka, jednak przedtem trzeba je zastąpić układem równań pierwszego rzędu. Definiując

$$y_1(t) = \theta(t)$$

$$y_2(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

otrzymuje się

$$\frac{dy_1}{dt}(t) = y_2(t), \quad y_1(0) = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{dy_2}{dt}(t) = -\frac{g}{\ell} \sin(y_1(t)), \quad y_2(0) = 0$$