

Egzamin z Elementów Statystyki Matematycznej

gr.19B, C MGR U EI, 9 lutego 2001

1. Drużyna piłkarska ma rozegrać dwa mecze. Prawdopodobieństwo nie przegrania pierwszego wynosi 0.4, a drugiego 0.6. Jeżeli nie przegrywa meczu, ma 50% szans żeby go wygrać i 50% szans na remis, niezależnie od innych wydarzeń. Drużyna otrzymuje dwa punkty za zwycięstwo, jeden za remis i zero za przegraną. Znaleźć rozkład prawdopodobieństwa i dystrybuantę liczby zdobytych punktów.
2. Poniższa tabela zawiera skumulowane częstości względne wyznaczone dla próby obejmującej $n = 20$ jednostek:

x_i	ω_{isk}
1	0.15
2	0.40
3	0.60
4	0.80
5	0.95
6	1.00

Obliczyć średnią, medianę i modalną.

3. Medianą zmiennej losowej ciągłej X jest liczba μ spełniająca warunek

$$F(\mu) = \frac{1}{2}.$$

Znaleźć medianę dla rozkładu określonego gęstością ($\lambda > 0$)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

4. Kąt ugięcia belki wspornikowej jest zmienną losową $X \sim \mathcal{N}(0.08, \sigma)$. Wiedząc, że

$$P(X > 0.11) = 0.067$$

wyznaczyć wartość σ .

5. Producent baterii testuje nowy typ produktu. Eksperyment polega na podłączeniu każdej baterii nowego typu równolegle z baterią typu starego. Poniższe rezultaty są zaobserwowaną liczbą godzin, przez które nowa bateria pracowała dłużej niż stara:

5 -4 10 15 11 25 -5 17
-5 0 8 12 14 8 1 5

Skonstruować 95% przedział ufności dla średniego czasu dłuższej pracy nowych baterii.

Tabela 1: **Rozkład normalny:** Wartości funkcji Laplace'a $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	.500	0.50	.691	1.00	.841	1.50	.933	2.00	.977	2.50	.9938	3.00	.9986
0.05	.520	0.55	.709	1.05	.853	1.55	.939	2.05	.980	2.55	.9946	3.05	.9988
0.10	.540	0.60	.726	1.10	.864	1.60	.945	2.10	.982	2.60	.9954	3.10	.9990
0.15	.560	0.65	.742	1.15	.875	1.65	.951	2.15	.984	2.65	.9960	3.15	.9992
0.20	.579	0.70	.758	1.20	.885	1.70	.955	2.20	.986	2.70	.9966	3.20	.9993
0.25	.599	0.75	.773	1.25	.894	1.75	.960	2.25	.988	2.75	.9970	3.25	.9994
0.30	.618	0.80	.788	1.30	.903	1.80	.964	2.30	.989	2.80	.9974	3.30	.9995
0.35	.637	0.85	.802	1.35	.911	1.85	.968	2.35	.991	2.85	.9978	3.35	.9996
0.40	.655	0.90	.816	1.40	.919	1.90	.971	2.40	.992	2.90	.9982	3.40	.9996
0.45	.674	0.95	.829	1.45	.926	1.95	.974	2.45	.993	2.95	.9984	3.45	.9997

Tabela 2: **Rozkład Studenta:** W r -tym wierszu tablicy podano takie wartości t_α , że $\int_{-t_\alpha}^{t_\alpha} f_r(x) dx = 1 - \alpha$, gdzie: $f_r(x)$ – gęstość rozkładu Studenta o r stopniach swobody.

r	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	r	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
1	12.706	63.657	16	2.120	2.921
2	4.303	9.925	17	2.110	2.898
3	3.182	5.841	18	2.101	2.878
4	2.776	4.604	19	2.093	2.861
5	2.571	4.032	20	2.086	2.845
6	2.447	3.707	21	2.080	2.831
7	2.365	3.499	22	2.074	2.819
8	2.306	3.355	23	2.069	2.807
9	2.262	3.250	24	2.064	2.797
10	2.228	3.169	25	2.060	2.787
11	2.201	3.106	26	2.056	2.779
12	2.179	3.055	27	2.052	2.771
13	2.160	3.012	28	2.048	2.763
14	2.145	2.977	29	2.045	2.756
15	2.131	2.947	30	2.042	2.750