

Badania operacyjne

Lista zadań projektowych nr 1

1. Podać wszystkie rozwiązania bazowe następującego programu liniowego:

$$\begin{aligned} \min[z &= 10x_1 + 15x_2] \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 600 \\ 2x_1 + 8x_2 &\leq 800 \\ x_1 &\geq 100, x_2 \geq 100 \end{aligned}$$

Wskazać, które z rozwiązań bazowych są zdegenerowane, a które dopuszczalne.

2. Podać wszystkie rozwiązania bazowe następującego programu liniowego:

$$\begin{aligned} \min[z &= 3x_1 + x_2] \\ x_1 + x_2 &\leq 9 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 4 \\ x_1 &= 2x_2 \\ x_1 &\leq 5 \\ x_2 &\leq 4 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Wskazać, które z rozwiązań bazowych są zdegenerowane, a które dopuszczalne.

3. Podać wszystkie rozwiązania bazowe następującego programu liniowego:

$$\begin{aligned} \min[z &= x_1 + 2x_2] \\ x_1 + x_2 &\leq 10 \\ -2x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Wskazać, które z rozwiązań bazowych są zdegenerowane, a które dopuszczalne.

4. Podać wszystkie rozwiązania bazowe następującego programu liniowego:

$$\begin{aligned} \min[z &= 2x_1 + 2x_2] \\ x_1 + x_2 &\geq 3 \\ x_1 + 2x_2 &\geq 4 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Wskazać, które z rozwiązań bazowych są zdegenerowane, a które dopuszczalne.

5. Tartak otrzymał zamówienie na dostarczenie 100 kompletów zbrojenio-
wych, z których każdy składa się z jednej belki o długości 2,9m, jednej
belki o długości 2,1m i jednej belki o długości 1,5m o określonym przekro-
ju. Tartak dysponuje kłódami o wymaganym przekroju, ale długość tych
kłód wynosi 7,4m. W jaki sposób należy rozcinać kłody, aby wykonać
zamówienie przy minimalnym odpadzie drewna?
6. Spółdzielnia produkująca przybory szkolne otrzymuje z fabryki papieru
bele o szerokości 2,1m i bele o szerokości 4,2m. W swojej produkcji wyko-
rzystuje arkusze o szerokości 0,5m i 1,4m. Wykonanie miesięcznego planu
produkcji wymaga zużycia 12000 arkuszy papieru o szerokości 0,5m oraz
18000 arkuszy papieru o szerokości 1,4m. Jak należy pociąć bele papieru,
aby odpad powstały przy cięciu był jak najmniejszy?
7. Zakład meblarski produkuje szafy, kredensy i stoły. Meble należy pokryć
fornirem. Zakład dysponuje płytami forniru o standardowych wymiarach
5m×10m. Spółdzielnia mieszkaniowa złożyła zamówienie na 5000 szaf (na
jedną zużywa się 2m × 7,5m forniru), 5000 kredensów (na jeden zuży-
wa się 2m × 5m forniru) oraz 15000 stołów (na jeden zużywa się 2m ×
3m forniru). Ze względu na wysoki koszt forniru należy płyty forniru tak
wykorzystać, aby odpad był minimalny. Określić wielkość minimalnego
odpadu.
8. Piotr dostał w spadku dużą sumę pieniędzy i postanowił użyć ich część na
stworzenie funduszu powierniczego dla swoich dzieci. Fundusz powierniczy
ma mieć dwie opcje inwestycyjne: (1) bono, (2) akcje. Wyплаты przewidy-
wane dla bonów wynoszą 6%, a dla akcji 10%. Niezależnie od kwoty, którą
Piotr chce przeznaczyć na fundusz powierniczy, chce on aby przynajmniej
30% tej kwoty było zainwestowane w bonach. Ponadto, chciałby aby fun-
dusz przynosił 7,5% wypłaty rocznie. Sformułować zadanie programowa-
nia liniowego, podać postać standardową oraz zapis macierzowy.
9. Firma ogrodnicza wytwarza szereg środków do pielęgnacji trawników, z
których najbardziej znanymi są dwa rodzaje nawozów sztucznych. Każ-
dy z tych nawozów jest mieszanką dwóch składników: S40 i S50. Obecnie
firma ma w magazynie zapasy w wysokości 900kg składnika S40 i 400kg
składnika S50. Każdy kilogram nawozu pod nazwą *Super* wymaga zmie-
szania 0,6kg S40 i 0,4kg składnika S50, natomiast każdy kilogram nawozu
pod nazwą *Extra* wymaga zmieszania 0,75kg S40 i 0,25kg S50. Trudności
z zakupem odpowiednich opakowań nakładają dodatkowe ograniczenia na
wyprodukowaną ilość nawozu *Extra*, a mianowicie nie można wytworzyć
więcej niż 500kg tego nawozu. Zysk ze sprzedaży każdego z typów nawozu
wynosi 3zł/kg. Zbuduj zadanie ZPL i znajdź rozwiązanie optymalne.
10. Dane jest zadanie ZPL w postaci

$$\begin{aligned} \min[z &= 3x_1 + 4x_2 + 5x_3] \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\geq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Rozwiąż to zadanie metodą graficzną stosując dualność.

11. Punkt usługowy dostał zamówienie na wycięcie szyb do 300 jednakowych okien, z tym że na 1 okno wchodzi 2 szyby typu e_1 oraz 3 szyby typu e_2 . Szyby wycina się z jednakowych płyt szklanych na trzy sposoby. Ilość szyb oraz powstały odpad w procesie wycinania przedstawia tabela:

Szyby	Sposoby cięcia		
	I	II	III
e_1	6	4	3
e_2	0	4	6
Odpad [kg]	0,6	1,6	1,2

Rozwiązać to zadanie metodą graficzną stosując dualność.

12. Rozwiązać metodą dwufazową zadanie:

$$\begin{aligned} \min[z &= x_1 + 2x_2 + x_3] \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq 7 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\geq 8 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

13. Rozwiązać metodą dwufazową zadanie:

$$\begin{aligned} \min[z &= x_1 + x_2 + 2x_3] \\ 3x_1 + x_2 + x_3 &\geq 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\geq 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &\geq 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

14. Rozwiązać metodą dwufazową zadanie:

$$\begin{aligned} \min[z &= 3x_1 + x_2 + 3x_3] \\ 6x_1 + 3x_2 + 9x_3 &\geq 7 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 4 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 &\geq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

15. Rozwiązać metodą dwufazową zadanie:

$$\begin{aligned} \min[z &= 2x_1 + x_2 - x_3] \\ 5x_1 + x_2 + x_3 &\geq 7 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 &\geq 8 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 &\geq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

16. Rozwiązać zadanie ZPL w dziedzinie liczb całkowitych:

$$\begin{aligned} \min[z = x_1 + x_2 + x_3] \\ x_1 + 2x_3 \geq 4 \\ x_2 + x_3 \geq 15 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \quad \text{i całkowite} \end{aligned}$$

17. Rozwiązać zadanie ZPL w dziedzinie liczb całkowitych:

$$\begin{aligned} \min[z = 13x_1 + 15x_2 + 14x_3 + 11x_4] \\ -4x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 6x_4 \leq -96 \\ -20x_1 - 21x_2 - 17x_3 - 12x_4 \leq -200 \\ -11x_1 - 12x_2 - 12x_3 - 7x_4 \leq -101 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \quad \text{i całkowite} \end{aligned}$$

18. Rozwiązać zadanie ZPL w dziedzinie liczb całkowitych:

$$\begin{aligned} \min[z = -3x_1 + -3x_2 - 13x_3] \\ -3x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 8 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \quad \text{i całkowite} \end{aligned}$$

19. Rozwiązać zadanie ZPL w dziedzinie liczb całkowitych:

$$\begin{aligned} \min[z = 4x_1 + 2x_2] \\ 5x_1 + 11x_2 \leq 55 \\ -3x_1 + 11x_2 \geq 11 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad \text{i całkowite} \end{aligned}$$