

## Badania operacyjne

### Lista zadań projektowych nr 2

1. Trzy PGR-y mają odstawić do czterech punktów skupu pszenicę w następujących ilościach: PGR I - 100 ton, PGR II - 250 ton, PGR III - 100 ton. Punkty skupu mogą przyjąć pszenicę w następujących ilościach: A - 150 ton, B - 100 ton, C - 150 ton, D - 50 ton. Jednostkowe koszty transportu 1 tony pszenicy podaje tabela poniżej.

PGR	Punkty skupu			
	A	B	C	D
I	25	50	50	25
II	75	100	25	50
III	5	25	5	20

Wyznaczyć wielkości dostaw z poszczególnych PGR-ów do punktów skupu, tak by łączny koszt transportu był minimalny. Podać wielkość minimalnego kosztu.

2. Określić optymalny przydział 5 robotników do wykonywania czterech prac, mając daną w tabeli poniżej liczbę braków, jaką wytwarzają w ciągu tygodnia (znak – oznacza, że robotnik nie ma kwalifikacji do wykonywania danej pracy).

Typ pracy	Robotnicy				
	A	B	C	D	E
1	30	36	32	26	40
2	32	22	–	30	35
3	18	26	24	16	20
4	37	–	28	16	19

3. Cztery piekarnie zlokalizowane na terenie miasta są zaopatrywane w mąkę z dwóch magazynów znajdujących się na peryferiach. Zasoby tego surowca wynoszą: w magazynie A - 130 ton, w magazynie B - 200 ton, a zapotrzebowanie piekarni wynosi odpowiednio 80,120,70,100. Koszty jednostkowe dostawy mąki do piekarni zależą tylko od odległości, które podano w tabeli (w km).

Magazyny	Piekarnie			
	1	2	3	4
A	25	24	28	13
B	17	30	15	26

Wyznaczyć taki plan przewozów, który zapewni minimalizację kosztów dostaw mąki.

4. W elektrowni pracują trzy agregaty, które wykorzystują cztery rodzaje paliwa. W tabeli podano uzysk energii cieplnej w Gcal z 1 tony paliwa. Opracować optymalny przydział typów paliwa do agregatów maksymalizujący ilość uzyskanej energii przy założeniu, że jeden typ paliwa można wykorzystać tylko przy jednym agregacie.

Agregat	Energia uzyskana z 1 tony paliwa [Gcal]			
	I	II	III	IV
$A_1$	5	7	4	8
$A_2$	6	4	4	6
$A_3$	3	5	5	5

5. Trzy składnice surowców wtórnych dostarczają te surowce do czterech zakładów produkcyjnych. W składnicach znajduje się kolejno 500, 700 i 900 ton surowca, a zdolności przerobowe zakładów produkcyjnych wynoszą 400, 400, 700, 600. W tabeli podano odległości pomiędzy składnicami a zakładami produkcyjnymi (w km).

Składnice	Zakłady Produkcyjne			
	1	2	3	4
I	130	250	330	170
II	290	190	400	260
III	150	350	240	190

Opracować plan transportu surowców wtórnych ze składnic do zakładów przetwarzających surowce, tak aby łączne koszty transportu zależne tylko od odległości były możliwie najniższe.

6. Trzy koparki mogą wykonywać cztery rodzaje prac ziemnych. W tabeli podano wydajności koparek przy wykonywaniu poszczególnych prac.

Koparka	Czas pracy [h] przy wykonywaniu wykopów			
	I	II	III	IV
1	2,4	1,5	1,6	2,0
2	3,0	2,0	2,0	1,8
3	2,5	1,8	1,8	2,7

Należy dokonać przydziału koparek do wykonywania poszczególnych prac ziemnych, tak aby dzienne koszty eksploatacji zależne tylko od czasu pracy były możliwie najniższe.

7. Trzy gospodarstwa ogrodnicze zaopatrują w sezonie w truskawki cztery przetwornie owoców. Poszczególne gospodarstwa mogą dostarczyć dziennie odpowiednio 1200, 800 i 1200 kg truskawek, a przetwornie określiły swe zdolności przetwórcze (a tym samym zapotrzebowanie) na 700, 700, 1000 i 800 kg. Opracować plan transportu truskawek z gospodarstw ogrodniczych do przetworni, który umożliwi przewóz w możliwie najkrótszym czasie. Czas przejazdu pomiędzy dostawcami i odbiorcami (w godz.) podano w tabeli poniżej.

Gospodarstwa	Przetwórnice			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$G_1$	6	1	3	3
$G_2$	4	3	5	2
$G_3$	3	2	4	5

8. W pewnym warsztacie cztery wyroby można wykonywać na czterech obrabiarkach. W tabeli podano zużycie czasów pracy obrabiarek na wykonanie poszczególnych wyrobów. Należy przydzielić produkcję wyrobów poszczególnym obrabiarkom tak, aby całkowity czas pracy maszyn był minimalny.

Obrabiarki	Czas pracy maszyn [min] na wykonanie wyrobu			
	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$
$O_1$	120	80	160	120
$O_2$	140	100	150	120
$O_3$	150	120	180	150
$O_4$	120	140	120	70

9. Trzech importerów - hurtowników  $H_1, H_2, H_3$  zaopatruje co 3 dni w banany cztery sklepy spożywcze  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$ . W czasie transportu część bananów ulega zepsuciu. Procentowy poziom ubytków bananów, zależny od długości czasu trwania transportu, ofertę (podaż) dostawców  $A_i$  oraz zgłaszane zapotrzebowanie sklepów  $B_j$  w kg zawiera tabela poniżej.

Dostawcy	Odbiorcy				$A_i$
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	
$H_1$	2,0	3,0	4,0	1,0	2200
$H_2$	5,0	7,0	3,0	2,0	2000
$H_3$	1,0	4,0	8,0	3,0	2800
$B_j$	1500	1400	2600	1500	

10. Wydział obróbki skrawaniem ma do dyspozycji cztery obrabiarki  $O_1, O_2, O_3$  i  $O_4$ , na których mogą być wykonywane cztery rodzaje detali  $D_1, D_2, D_3$  i  $D_4$ . Czas pracy obrabiarek przy produkcji poszczególnych detali podaje następująca tabela.

Obrabiarki	Zużycie czasu pracy [min] na produkcję detali			
	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
$O_1$	50	20	100	120
$O_2$	100	80	20	50
$O_3$	150	10	50	50
$O_4$	80	30	40	60

Należy rozdzielić produkcję detali pomiędzy obrabiarki tak, by zrealizować zadania planowe przyjmując jako kryterium minimalizację łącznego czasu pracy obrabiarek.

11. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero przy następująco zdefiniowanych strategiach:

Strategie		Gracz B		
		$b_1$	$b_2$	$b_3$
Gracz A	$a_1$	-3	-2	6
	$a_2$	2	0	2
	$a_3$	5	-2	-4

- a) Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?  
 b) Czy występują strategie zdominowane?
12. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero przy następująco zdefiniowanych strategiach:

Strategie		Gracz B		
		$b_1$	$b_2$	$b_3$
Gracz A	$a_1$	1	-1	1
	$a_2$	-2	0	3
	$a_3$	3	1	2

- a) Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?  
 b) Czy występują strategie zdominowane?
13. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero przy następująco zdefiniowanych strategiach:

Strategie		Gracz B		
		$b_1$	$b_2$	$b_3$
Gracz A	$a_1$	-3	1	2
	$a_2$	1	2	1
	$a_3$	1	0	-2

- a) Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?  
 b) Czy występują strategie zdominowane?
14. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero przy następująco zdefiniowanych strategiach:

Strategie		Gracz B		
		$b_1$	$b_2$	$b_3$
Gracz A	$a_1$	0	-2	2
	$a_2$	5	4	-3
	$a_3$	2	3	-4

- a) Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?  
 b) Czy występują strategie zdominowane?
15. Rozwiązać grę dwuosobową o sumie zero przy następująco zdefiniowanych strategiach:

Strategie		Gracz B		
		$b_1$	$b_2$	$b_3$
Gracz A	$a_1$	4	-1	3
	$a_2$	2	-2	-3
	$a_3$	-1	2	-1

- a) Czy gra ma rozwiązanie w zbiorze strategii czystych?  
 b) Czy występują strategie zdominowane?
16. Trzy typy hamulców tramwajowych I, II, III poddano próbom w trzech rodzajach warunków drogowych A, B, C. Procent zadowolających prób zawiera tabela poniżej.

Typ hamulców	Warunki		
	A	B	C
I	85,0	75,0	95,0
II	85,0	90,0	75,5
III	85,0	65,0	92,0

Wybrać do produkcji jeden z trzech typów hamulców za pomocą kryterium Savage'a, a następnie Hurwicza ( $\gamma = 0,5$ ).

17. Rolnik posiadający glebę klasy III ma wybrać pod uprawę jeden z trzech rodzajów zboża. Plony tych zbóż z 1 ha w kwintalach, w zależności od warunków klimatycznych w przyszłym roku, zestawiono w tabeli poniżej. Który z rodzajów zbóż powinien wybrać pod uprawę?

Rodzaj zboża	Stany natury			
	I	II	III	IV
Żyto	24,5	18,0	18,0	16,0
Pszenica	18,0	32,0	24,0	21,0
Jęczmień	15,0	19,0	26,0	19,0

Zastosować kryteria Walda (*reguła maxmin*) oraz Hurwicza ( $\gamma = 0,8$ ).

18. Przedsiębiorstwo przemysłowe może produkować jeden z czterech rodzajów wyrobów A, B, C, D. W tabeli poniżej zebrano zyski (straty) ze sprzedaży tych wyrobów w zależności od popytu kształtowanego przez modę (stan koniunktury I,II,III,IV). Wybrać wyrób do produkcji stosując kryteria Bayesa oraz Savage'a.

Typ wyrobu	Stan koniunktury			
	I	II	III	IV
A	5	15	10	0
B	10	10	-20	30
C	40	0	50	-30
D	60	0	20	10

19. Zrzeszenie przedsiębiorstw zamierza zwiększyć swój potencjał przemysłowy dzięki wybudowaniu nowego zakładu. Istnieją cztery warianty planu

inwestycyjnego: 5, 10, 15 i 20 mln zł, które w zależności od szeregu czynników losowych (stanów natury) mogą dać różne przyrosty produkcji. Wyodróżniono 4 istotnie różne stany czynników losowych (tabela poniżej). Jako kryterium przyjęto uzyskanie możliwie wysokiego przyrostu produkcji w stosunku do poniesionych nakładów inwestycyjnych.

Warianty i nakłady inwestycyjne (w mln zł)		Udział przyrostu produkcji w poniesionych nakładach w przypadku wystąpienia stanu natury:			
		I	II	III	IV
$w_1$	5	0,5	0,6	0,4	0,5
$w_2$	10	0,1	0,7	0,4	0,7
$w_3$	15	0,8	0,2	0,5	0,5
$w_4$	20	0,1	0,8	0,5	0,7

Który wariant inwestycyjny powinien wybrać dyrektor zrzeszenia

- a) będąc pesymistą?
- b) będąc optymistą?

20. Rolnik ma wybrać jeden z trzech możliwych terminów siewów I, II, III. Plony z ha w zależności od przyszłego możliwego stanu pogody A, B, C, D oraz terminu siewu podaje tabela poniżej.

Terminy siewów	Stany pogody			
	A	B	C	D
I	21,0	15,0	32,0	16,0
II	28,0	20,0	10,0	20,0
III	13,0	27,0	25,0	15,0

Podjąć decyzję o wyborze terminu siewu, jeśli zależy rolnikowi na:

- a) jak największym plonie z 1 ha,
- b) jak najmniejszej stracie w stosunku do najlepszej możliwej sytuacji.