

## Badania Operacyjne

### Laboratorium

#### Zagadnienie transportowe i przydziału

1. Rozwiązać następujące zagadnienie transportowe:

4	3	3	1	8
3	2	4	8	11
5	4	6	3	16
4	9	9	13	

2. Rozwiązać następujące zagadnienie transportowe:

2	9	3	10	8	7	9
3	2	6	3	5	2	14
1	8	2	4	1	5	16
4	8	7	6	6	6	11
6	4	10	13	7	10	

3. Na drodze eksperymentalnej porównać jakość rozwiązań początkowych uzyskanych przez metody kąta pn.-zach. (MKPN) oraz najmniejszego elementu macierzy (MNNM). W tym celu dla rozmiarów zadania  $n$  z zakresu od 3 do 20:
- wygenerować macierz kosztów dla  $n$  odbiorców i  $n$  dostawców wypełnioną losowymi wartościami z zakresu  $1, \dots, 10$ ,
  - wygenerować zrównoważone wektory popytu i podaży wypełnione losowymi wartościami z zakresu  $1, \dots, 20$ ,
  - wygenerować rozwiązania początkowe obiema metodami i wyznaczyć współczynnik jakości rozwiązania jako stosunek funkcji celu dla MNNM do funkcji celu dla MKPN,
- Dla każdego  $n$  punkty (a)-(c) powtórzyć dwukrotnie, a uśrednione współczynniki jakości zestawić na wykresie. Która z metod jest lepsza pod względem jakości rozwiązania i jak zachowuje się współczynnik jakości wraz ze wzrostem  $n$ ?
4. Wyznaczyć empirycznie złożoność obliczeniową algorytmu transportowego. W tym celu napisać skrypt, który dla zrównoważonych problemów transportowych o rozmiarach  $n = 3, \dots, 12$  wygenerowanych losowo jak w zadaniu 3(a)-(b) z rozwiązaniem początkowym uzyskanym za pomocą metody kąta pn.-zach., dokona pomiaru czasu ewaluacji rozwiązania optymalnego algorytmem transportowym. Dla każdego  $n$  powtórzyć procedurę 10 razy, a wynik uśrednić. Następnie wyniki zwizualizować na wykresie czasu jako funkcji  $n$ , spróbować dopasować trend. Jaki jest typ tej zależności? Następnie oszacować jaki czas byłby potrzebny na rozwiązanie zadania dla  $n = 1000$ . Jaki jest orientacyjny błąd szacunku?

5. Kompania kontroluje trzy fabryki  $F_1$ ,  $F_2$  i  $F_3$  produkujące 50, 25 i 25 tys. szt. pewnego produktu tygodniowo. Zawarto umowy z czterema odbiorcami  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  i  $C_4$ , którzy potrzebują tygodniowo odpowiednio 15, 20, 20 i 30 tys. szt. Koszty produkcji i transportu 1 tys. szt. produktu do odbiorców przedstawiono poniżej:

Fabryka	Odbiorca			
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$F_1$	13	17	17	14
$F_2$	18	16	16	18
$F_3$	12	14	19	17

Określić minimalny koszt ogólny i wielkości produkcji.

6. Firma zaproponowała właścicielom trzech linii lotniczych przewóz brygad specjalistów do różnych części świata. Koszt przewozu w funtach szterlingach przedstawiono w tabelce:

Linia lotnicza	Sydney	Kalkuta	Bejrut	Dallas	San Paulo
I	24	16	8	10	14
II	21	15	7	12	16
III	23	14	7	14	12

Administracja firmy postanowiła, że kontrakty na przewozy będą zawierane z właścicielami linii I, II, III w stosunku 2: $p$ :5- $p$  (gdzie proporcja  $p$  zmienia się od 1 do 4) i powiadomiła o tym kierującego przewozami, a także zakomunikowała, że z 70 wyznaczonych na bieżący rok przewozów 10 jest do Sydney, 15 do Kalkuty, 20 do Bejrutu, 10 do Dallas i 15 do San Paulo.

Jak należy zawrzeć kontrakty i przy jakiej wartości  $p$ , aby zminimalizować koszt przewozów przy ograniczeniach narzuconych przez administrację?

7. Pewien produkt wytwarza się w dwóch zakładach i wysyła do dwóch odbiorców. Ich potrzeby na najbliższe dwa miesiące przedstawiono w tabeli:

Odbiorca	Zapotrzebowanie	
	Sierpień	Wrzesień
1	420	550
2	350	480

Jednostkowy koszt transportu produktu z zakładów do odbiorców określa tabela:

Zakład	Odbiorca	
	1	2
1	10	13
2	12	6

Jednostkowy koszt produkcji (w jednostkach umownych) i wielkość produkcji wg planu na dwa miesiące przedstawiono poniżej:

Zakład	Koszt produkcji, j.u.		Wielkość	
	Sierpień	Wrzesień	Sierpień	Wrzesień
1	3.0	3.6	500	600
2	3.2	2.9	300	500

Produkt można przechowywać przez okres miesiąca i dopiero wtedy wysłać go do odbiorcy. Koszt magazynowania wynosi 0.5 w pierwszym zakładzie i 0.6 w drugim. Określić optymalne plany produkcji i plany dostaw traktując zagadnienie jako transportowe.

8. Firma przewozowa powinna w ciągu tego samego dnia pobrać pięć towarów w punktach  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  i dostarczyć je odpowiednio do punktów  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ . Odległości (w km) między punktami załadunku i punktami przeznaczenia są następujące:

$A-a$	$B-b$	$C-c$	$D-d$	$E-e$
60	30	100	50	40

Firma dysponuje pięcioma ciężarówkami dwóch typów X i Y w punktach S, T, U, V, W (typy ciężarówek: X w S, Y w T, X w U, X w V i Y w W). Ciężarówki typu X są nowsze o ekonomiczniejsze od ciężarówek typu Y. Koszty przejazdu jednego kilometra (w centach) dla ciężarówek obu typów (włączając paliwo, ubezpieczenie, konserwację, itd.) są następujące:

	<i>Pusta</i>	<i>Zaladowana</i>
X	20	40
Y	30	60

Odległości od garaży do punktów przeznaczenia przedstawia tabela:

	A	B	C	D	E
S	30	20	40	10	20
T	30	10	30	20	30
U	40	10	10	40	10
V	20	20	40	20	30
W	30	20	10	30	40

Przydzielić zadania kierowcom ciężarówek tak, aby zminimalizować koszty. Założyć, że wszystkie ładunki mają w przybliżeniu jednakowy rozmiar i wymagają jednakowej pracy przy pakowaniu, ułożeniu, itd.

9. W systemie radarowym przeznaczonym do automatycznego śledzenia obiektów powietrznych przeprowadza się obliczenia określające względną wiarygodność tego, że dany sygnał odbity odpowiada któremuś z obserwowanych obiektów. Rezultaty przedstawia tabela:

Sygnał odbity	Obiekt			
	1	2	3	4
1	0.79	0.20	0.50	0.315
2	0.63	0.40	0.20	0.50
3	0.40	0.20	0.16	0.50
4	0.50	0.20	0.125	0.25

Zakładając, że celem jest skojarzenie sygnałów odbitych z obiektami w taki sposób, aby zmaksymalizować iloczyn wiarygodności, sprowadzić zadanie do pewnego problemu przydziału, a następnie rozwiązać go dla przedstawionych danych.

10. Linia lotnicza obsługuje trzy miasta A, B, C. Przeloty odbywają się w ciągu dnia przez siedem dni tygodnia. Koszt postoju samolotu we wszystkich trzech portach lotniczych wynosi  $kT^2$ , gdzie  $T$  oznacza czas postoju. Jak należy przydzielić samoloty poszczególnym liniom aby zminimalizować koszty? Należy uwzględnić, że samolot nie może wystartować wcześniej niż jedną godzinę po wylądowaniu, gdyż w tym czasie dokonuje się kontroli technicznej i przeprowadza przygotowania do startu.

Wylot		Przybycie	
Miasto	Godzina	Miasto	Godzina
A	8:00	B	12:00
A	9:00	C	12:00
A	10:00	B	14:00
A	14:00	B	18:00
A	18:00	B	22:00
A	20:00	C	23:00
B	7:00	A	11:00
B	9:00	A	13:00
B	13:00	A	17:00
B	18:00	A	22:00
C	9:00	A	12:00
C	15:00	A	18:00