

## Badania Operacyjne

### Laboratorium

#### Programowanie liniowe. Algorytm sympleks.

1. Wykorzystując metodę sympleks rozwiązać następujące ZPL:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \min[-4x_1 - 4x_2] \\ & \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 3x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \\ \text{b)} & \min[-x_1 - x_2] \\ & \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

2. Zastosować algorytm sympleks do znalezienia maksimum funkcji

$$z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$$

przy ograniczeniach  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 14 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 10 \end{cases}$$

3. Znaleźć minimum funkcji

$$z = -3x_1 - x_2$$

przy ograniczeniach  $x_1, x_2 \geq 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 3 \\ \alpha x_1 + \beta x_2 \leq 6 \end{cases}$$

w przypadku gdy

$$\text{a) } \alpha = \beta = 1, \quad \text{b) } \alpha = 2, \beta = 2/3, \quad \text{c) } \alpha = 6, \beta = -6$$

4. Firma potrzebuje węgiel z zawartością fosforu nie większą niż 0.03% i zawartością cynku nie większą niż 3.25%. Dostępne są trzy gatunki węgla A, B i C po następujących cenach za tonę:

Gatunek węgla	Zaw. P [%]	Zaw. Zn [%]	Cena [\$]
A	0.06	2.0	30
B	0.04	4.0	30
C	0.02	3.0	45

Jak należy je mieszać, aby otrzymać najniższą cenę i jednocześnie spełnić ograniczenia na zawartość zanieczyszczeń?

5. Organizm mężczyzny pracującego fizycznie wymaga dostarczenia dziennie co najmniej 5000 jednostek witaminy A i 1,4 jednostek witaminy B<sub>1</sub> oraz co najmniej 75 jednostek witaminy C. Tabela podaje zawartość witamin w 1 kg niektórych produktów oraz ceny tych produktów. Należy tak zaplanować zakup produktów na 10 dni, aby łączny koszt zakupu był minimalny.

Witamina	Drób	Ryby	Mleko	Chleb
A	2500	10200	1400	-
B <sub>1</sub>	0,6	0,3	0,5	3
C	-	10	10	-
Cena 1 kg	2,7	3,4	1,5	3,5

6. W zakładzie doświadczalnym wyhodowano nową odmianę pszenicy, która daje wysokie plony z ha. Konieczne jest jednak stosowanie trzech nawozów: fosforowego, potasowego i naturalnego. Nawozy te zawierają cztery istotne składniki  $A, B, C, D$ . Zawartość tych składników w 1 kg poszczególnych nawozów oraz minimalne ilości składników odżywczych, jakie powinny być dostarczone pszenicy w ciągu okresu wegetatywnego (na 1 ha) podaje tabela.

Składniki	Zawartość składników odżywczych w 1 kg nawozu			Minimalna ilość składnika
	fosforowy	potasowy	naturalny	
$A$	6	2	26	96
$B$	40	4	20	160
$C$	3	20	60	120
$D$	18	12	13	152

Określić optymalną dawkę nawozów ze względu na wielkość kosztów, jeśli ceny 1 kg poszczególnych nawozów kształtują się odpowiednio: 0,5 zł, 0,6 zł i 0,2 zł. Rozwiązać problem, jeśli proporcja użytych nawozów wynosi 1 : 0,5 : 4.

7. W dwóch miejscowościach  $A$  i  $B$  istnieje zapotrzebowanie na opryski ochronne przy użyciu herbicydów. W obu miejscowościach potrzeba po 6 samolotów celem realizacji zadania. Wiadomo, że 3, 4 i 5 samolotów można otrzymać odpowiednio z lotnisk  $L_1, L_2$  i  $L_3$ .

Jak należy rozdzielić samoloty pomiędzy miejsca  $A$  i  $B$ , aby zminimalizować ich całkowity przelot? Odległości z lotnisk do miejscowości  $A$  i  $B$  przedstawia poniższa tabela:

Lotnisko	Odległość od punktów	
	$A$	$B$
$L_1$	12	15
$L_2$	7	14
$L_3$	16	5

8. Przedsiębiorstwo wytwarza cztery rodzaje wyrobów  $A, B, C, D$ , które są obrabiane na trzech maszynach  $M_1, M_2$  i  $M_3$ . Czas pracy maszyn w godz. przypadający na obróbkę jednostki poszczególnych wyrobów podaje tabela poniżej.

Wyroby	Czas pracy [h]		
	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$A$	1,0	2,0	1,5
$B$	1,5	2,5	2,0
$C$	2,0	3,0	2,0
$D$	1,0	0,5	1,5

Rynek może wchłonąć każdą ilość produkcji. Jednostkowe zyski (w tys. zł) wynoszą przy produkcji wyrobu  $A$  - 2,0, wyrobu  $B$  - 2,5, wyrobu  $C$  - 4,0, a wyrobu  $D$  - 1,5. Każda maszyna może pracować miesięcznie:  $M_1$  - nie więcej niż 100 godz.,  $M_2$  - co najmniej 50 godz.,  $M_3$  - nie więcej niż 120 godz. Określić optymalny asortyment produkcji umożliwiającą maksymalizację zysku.

9. Sprowadzić do postaci standardowej programowania liniowego zadanie programowania nieliniowego

$$\begin{array}{rclcl}
 |x| & + & |y| & + & |v| & \longrightarrow & \min \\
 x & + & y & & & \leq & 1 \\
 2x & & & + & v & = & 3
 \end{array}$$