

## Podstawy analizy systemów

1. Rakieta porusza się z prędkością

$$v = 4t^2 + 10000\left[\frac{m}{s}\right]$$

Wyznacz jej przyspieszenie po 2 sekundach.

2. Piłka została rzucona w powietrze a zmiana jej wysokości jako funkcji czasu określona jest wyrażeniem

$$h = 3t - 5t^2.$$

Wyznacz

- początkową prędkość piłki,
  - czas po jakim piłka powróci na ziemię (tj. gdy  $h = 0$ ),
  - prędkość z jaką uderzy ona w ziemię.
3. Potencjał elektryczny w odniesieniu do punktowej zmiany ładunku  $Q$  umieszczonym w pewnym punkcie przestrzeni  $r$  dany jest wzorem

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

gdzie

- $\epsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$  przenikalność elektryczna próżni,
- $\pi = 3.1415$ ,

Wiedząc, że  $Q = 1[C]$  wyznacz natężenie pola elektrycznego  $E$  w odległości  $r = 5[m]$  gdy  $E = -\frac{dV}{dr}$ .

4. Pewien samochód porusza się w ten sposób, że pokonany przez niego dystans  $s([m])$  od punktu początkowego po czasie  $t([s])$  jest

$$\begin{cases} s = \frac{1}{15}t^3 + 2t, & 0 < t < 10 \\ s = 22(t - 10) + 86.67, & t \geq 10 \end{cases}$$

- (a) Jak jest średnia prędkość samochodu w pierwszych 10[s]?
  - (b) Zapisz prędkość jako funkcję czasu.
  - (c) Jaka jest chwilowa prędkość dla  $t = 5$ ,  $t = 10$  i  $t = 15$ ?
  - (d) Jakie jest średnie przyspieszenie podczas pierwszych 10[s] podróży?
  - (e) Zapisz przyspieszenie jako funkcję czasu.
  - (f) Jakie jest chwilowe przyspieszenie dla  $t = 5$ ,  $t = 10$  i  $t = 15$ ?
5. Znajdź pierwiastki  $x_1$  i  $x_2$  poniższych równań kwadratowych. W każdym przypadku zapisz je w postaci  $(x - x_1)(x - x_2)$  i pokaż, że oryginalne równanie jest równoważne  $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ .
- (a)  $x^2 - 3x + 3 = 0$
  - (b)  $3x^2 - x + 1 = 0$
  - (c)  $2x^2 + 3 = 0$
  - (d)  $-6 + 2x - x^2$
6. Równanie  $x^2 + bx + c = 0$  gdzie  $b, c \in \mathbb{R}$  ma jeden pierwiastek  $x_1 = -1 + j3$ . Wyznacz wartości parametrów  $b$  i  $c$ .
7. Zamień następujące liczby zespolone z postaci biegunowej na prostokątną
- (a)  $(6, 30^\circ)$
  - (b)  $(2, -50^\circ)$

(c)  $(2.5, 0.6[\text{rad}])$

(d)  $(1, -0.3[\text{rad}])$

8. Wyraź, poniższe liczby w postaci biegunowej oraz kwadratowej  $(a + jb)$

(a)  $4e^{j2}$

(b)  $2e^{-j\pi}$

(c)  $4e^{j2}$

(d)  $e^{j(\pi/6)} + 3e^{j(3\pi/4)}$

(e)  $e^{-j(\pi/2)}$

(f)  $e^{j(\pi/6)}3e^{j(3\pi/4)}$

9. Wyznacz części rzeczywiste i urojone następujących liczb

(a)  $2e^{j\pi}$

(b)  $-3e^{j0.5}$

(c)  $2.5e^{-2+j}$

(d)  $5e^{j(3+j)}$

(e)  $(3 - j4)^{2+j}$

10. Dla  $z_1 = 12e^{j(3\pi/4)}$  i  $z_2 = 3e^{j(2\pi/5)}$  wyznacz

(a)  $z_1 z_2$

(b)  $z_1 / z_2$

(c)  $z_1 z_2^*$

(d)  $z_1^* / z_2$

11. Zapisz poniższe liczby zespolone w postaci wykładniczej

(a)  $3 + j5, -6 + j3$

(b)  $-4 - j5, 8\angle 22^\circ$

(c)  $3\angle -4.15, 6(\cos(1.9) + j\sin(1.9))$

12. Mając daną transmitancję

$$G(j\omega) = \frac{1 + j2\omega}{3 + j\omega}$$

i poniższe wartości pulsacji (częstości), określić  $|G(j\omega)|$  oraz  $\angle G(j\omega)$

(a)  $\omega_1 = 1[\text{rad/s}]$

(b)  $\omega_2 = 2.5[\text{rad/s}]$