Uniwersytet Zielonogórski
Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych

Laboratorium Automatyki i Robotyki

Podstawy środowiska Matlab

Poniżej przedstawione jest użycie podstawowych poleceń w środowisku Matlab

1. Wprowadź następującą transmitancję

$$G(s) = \frac{s+5}{s^4+2s^3+3s^2+4s+5}$$

   Rozwiązanie:
```
num=[1,5];
den=[1,2,3,4,5];
G=tf(num,den)
```

2. Wprowadź następującą transmitancję

$$G(s) = \frac{6(s+5)}{(s^2+3s+1)^2(s+6)(s^3+6s^2+5s+3)}$$

   Rozwiązanie:
```
den=conv(conv(conv([1,3,1],[1,3,1]),[1,6]),[1,6,5,3]);
num=6*[1,5];
G=tf(num,den)
```
   lub
```
s=tf('s');
G=6*(s+5)/(s^2+3*s+1)^2/(s+6)/(s^3+6*s^2+5*s+3)
```

3. Możliwe jest wprowadzanie transmitancji z opóźnieniami np.

$$G(s) = \frac{6(s+5)}{(s^2+3s+1)^2(s+6)(s^3+6s^2+5s+3)}\mathbf{e^{-0.5s}}$$

```
s=tf('s');
G=6*(s+5)/(s^2+3*s+1)^2/(s+6)/(s^3+6*s^2+5*s+3)
G.ioDelay=0.5
```

4. Wprowadź następującą transmitancję

$$G(s) = 6.8\frac{(s+3)(s+7)}{s(s+1.8\pm j1.63)(s+1)^2}$$

   Rozwiązanie
```
z=[-3; -7];
p=[0; -1.8+1.63j; -1.8-1.63j; -1; -1];
K=6.8;
G1=zpk(z,p,K);
G=tf(G1)
```

5. Wyznaczenie zapisu w postaci zero-biegunowej (zpk) układu `G1` uzyskujemy wywołując polecenie `G=zpk(G1)`.

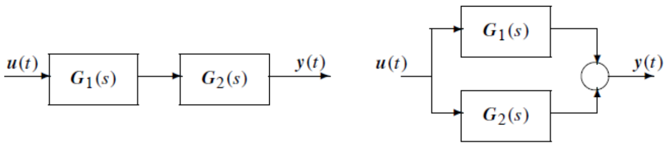
6. Wyznacz reprezentację w postaci zero-biegunowej (zpk) następującego modelu stanowego

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

   Rozwiązanie:

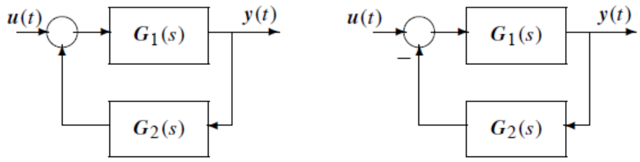
```
A=[0,1,0,0; 0,0,-1,0; 0,0,0,1; 0,0,5,0];
B=[0;1;0;-2];
C=[1,0,0,0];
D=0;
G=ss(A,B,C,D);
G1=zpk(G)
```

7. Połączenie szeregowe i równoległe



Realizacja połączenia szeregowego: `Gz=series(G1,G2)`
Realizacja połączenia równoległego: `Gz=parallel(G1,G2)`

8. Dodatnie i ujemne sprzężenie zwrotne



Realizacja dodatniego sprzężenia zwrotnego: `Gz=feedback(G1,G2,1)`
Realizacja ujemnego sprzężenia zwrotnego: `Gz=feedback(G1,G2,-1)`

9. Transmitancja typowego układu zamkniętego z ujemnym sprzężeniem zwrotnym dana jest następującym wzorem

$$Gz(s) = \frac{G(s)G_c(s)}{1 + H(s)G(s)G_c(s)}$$

gdzie

- $G(s)$ - transmitancja obiektu (tj. układu)
- $G_c(s)$ - transmitancja regulatora
- $H(s)$ - transmitancja czujnika (sensora)

W środowisku Matlab transmitancja $Gz(s)$ może być wyznaczona poprzez wywołanie następującego polecenia

```
Gz=feedback(G*Gc,H)
```

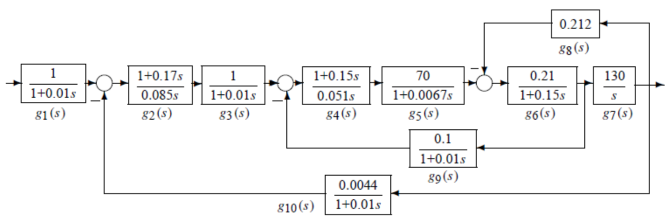
10. Zakładając typowe połączenie ze sprzężeniem zwrotnym wyznacz transmitancję układu zamkniętego

$$G(s) = \frac{s^3 + 7s^2 + 24s + 24}{s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24}, G_c(s) = \frac{10s + 5}{s}, H(s) = \frac{1}{0.01s + 1}$$

Rozwiązanie

```
G=tf([1 7 24 24],[1,10,35,50,24]); Gc=tf([10,5],[1,0]);
H=tf([1],[0.01,1]);
Gz=feedback(G*Gc,H)
```

11. Wyznacz wypadkową transmitancję następującego układu



Przykładowe rozwiązanie numeryczne:

```
g1=tf(1,[0.01,1]);
g2=tf([0.17,1],[0.085,0]);
g3=g1;
g4=tf([0.15,1],[0.051,0]);
g5=tf(70,[0.0067,1]);
g7=tf(130,[1,0]);
g6=tf(0.21,[0.15,1]);
g8=0.212;
g9=tf(0.1,[0.01,1]);
g91=g9/g7;
g10=0.0044*g1;
gg1=feedback(g7*g6,g8);
gg2=feedback(gg1*g5*g4,g91);
G=feedback(gg2*g3*g2,g10)*g1;
minreal(zpk(G)), %wynik (minimalna realizacja)
```

Przykładowe rozwiązanie symboliczne:

```
syms g1 g2 g3 g4 g5 g6 g7 g8 g9 g10
g91=g9/g7;
gg1=feedback(g7*g6,g8);
gg2=feedback(gg1*g5*g4,g91);
G=feedback(gg2*g3*g2,g10)*g1
```

12. Wyznaczanie biegunów (pierwiastków licznika transmitancji) i zer (pierwiastków mianownika transmitancji) uzyskujemy poprzez wywołanie następujących poleceń

    - `pole(G)` - bieguny transmitancji G
    - `zero(G)` - zera transmitancji G

13. Wyznacz transformatę Laplace'a poniższych funkcji

    (a) $f(t) = e^{at}$
    (b) $f(t) = \sin(at)$
    (c) $f(t) = \frac{d\sin(at)}{dt}$
    (d) $f(t) = e^{-at}\sin(wt)$

    Rozwiązanie

    (a)
    ```
    syms a t f  % definicja zmiennych symbolicznych
    f=exp(a*t)  % funkcja symboliczna
    laplace(f)  % wyznaczenie transformaty (symbolicznie)
    ```
    (b)
    ```
    syms a t f
    f=sin(a*t)
    laplace(f)
    ```
    (c)
    ```
    syms a t f
    f=diff(sin(w*t))
    laplace(f)
    ```
    (d)
    ```
    syms a t f w
    f=exp(-a*t)*sin(w*t)
    laplace(f)
    ```

14. Wyznacz odwrotną transformatę Laplace'a poniższych funkcji

    (a) $F(s) = 3s + \frac{10}{12+7s+s^2}$
    (b) $F(s) = \frac{4}{s(2s+1)}$

    Rozwiązanie

    (a)
    ```
    syms s
    F=(3*s+10)/(s^2+7*s+12)
    ilaplace(F)
    ```
    (b)
    ```
    syms s
    F=4/(s*(2*s+1))
    ilaplace(F)
    ```

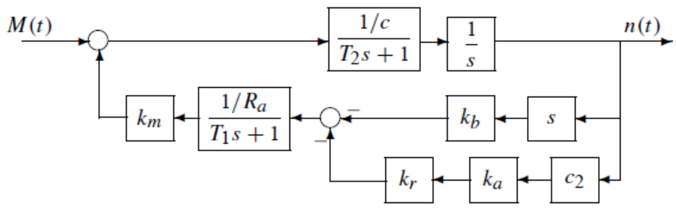
Zadania do wykonania

(a) Wprowadź do przestrzeni roboczej następującą transmitancję

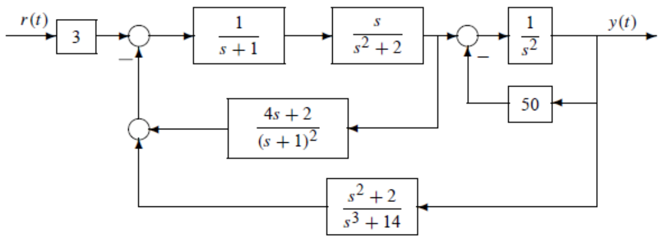
$$G(s) = \frac{s^3 + 4s^2 + 3s + 2}{s^2(s+1)((s+4)^2 + 4)}$$

(b) Załóżmy, że model w zadaniu 1 reprezentuje układ otwarty. Korzystając z poleceń w środowisku MATLAB wyznacz transmitancję układu z dodatnim i ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Wyznacz wszystkie pierwiastki licznika (tzw. zera) i mianownika (tzw. bieguny) otrzymanych transmitancji.

(c) Wyznacz transmitancję następującego układu:



(d) Wyznacz transmitancję następującego układu:



(e) Zakładając typowe połączenie ze sprzężeniem zwrotnym gdzie

i.
$$G(s) = \frac{211.87s + 317.64}{(s+20)(s+94.34)(s+0.1684)}, G_c(s) = \frac{169.6s + 400}{s(s+4)}, H(s) = \frac{1}{0.01s+1}$$

ii.
$$G(s) = \frac{35786.7s + 108444}{(s+4)(s+20)(s+74.04)}, G_c(s) = \frac{1}{s}, H(s) = \frac{1}{0.01s+1}$$

Wyznacz transmitancję obu układów zamkniętych. Zapisz transmitancje w postaci `zpk`.

(f) Zakładając typowe połączenie ze sprzężeniem zwrotnym gdzie

$$G(s) = \frac{K_m J}{Js^2 + Bs + K_r}, G_c(s) = \frac{L_q}{L_q s + R_q}, H(s) = sK_v$$

Wyznacz transmitancję układu zamkniętego.

Podstawowe polecenia pakietu Control Toolbox

`minreal(sys)` - wyznaczanie minimalnej realizacji systemu `sys` - tzn. zostaną usunięte wspólne pierwiastki licznika i mianownika.

`bode(sys)` — wyznacza charakterystyki Bode'go systemu `sys`;

`freqresp(sys, w)` — wyznacza odpowiedź systemu `sys` w dziedzinie częstotliwości dla wartości pulsacji [rad/sec] zadanych w wektorze `w`;

`gensig(typ,okres)` — generator standardowych sygnałów, np. typ='`sin`', `okres`=1 — generuje falę sinusoidalną o okresie 1s;

`impulse(sys)` — wyznacza odpowiedź impulsową systemu `sys`;

`lsim(sys,u,t)` — symuluje system `sys` przy dowolnym pobudzeniu zawartym w wektorze `u`, (`t` — wektor czasu);

`ltiview(typ,sys)` — wykreśla charakterystykę typu `typ` (np. '`step`', '`impulse`', '`nyquist`') systemu `sys`

`parallel(sys1,sys2)` — połączenie równoległe systemów `sys1` i `sys2` ;

`series(sys1,sys2)` — połączenie szeregowe systemów `sys1` i `sys2` ;

`feedback(sys1,sys2)` — łączy dwa systemy (`sys1` z ujemnym sprzężeniem zwrotnym `sys2`);

`ss(A,B,C,D)` — tworzy system liniowy na podstawie opisu w przestrzeni stanów:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du; \end{aligned}$$

`tf(L,M)` — tworzy system liniowy na podstawie wektorów współczynników transmitancji licznika L i mianownika M.

Podstawowe polecenia z zakresu algebry liniowej

`eye(n)`— definiuje macierz jednostkową o rozmiarze $n \times n$;

`zeros(n,m)` — definiuje macierz o rozmiarze $n \times m$ złożoną z samych zer;

`ones(n,m)` — definiuje macierz o rozmiarze $n \times m$ złożoną z samych jedynek;

`det(A)` — wylicza wyznacznik macierzy A;

`inv(A)` — wyznacza macierz odwrotną do A: A^{-1}; równoważną postać polecenia to: $A^(- 1)$; `trace(A)` — wylicza ślad macierzy A;

`lu(A)` — wyznacza rozkład LU macierzy A;

`chol(A)` — wyznacza rozkład Cholesky'ego macierzy A;

`svd(A)` — wyznacza rozkład względem wartości szczególnych macierzy A;

`eig(A)` — wyznaczenie wartości własnych macierzy A;

`rand(n,m)` — generuje macierz losową o rozmiarze $n \times m$ i elementach z rozkładu równomiernego $U[0, 1]$;

`randn(n,m)` — generuje macierz losową o rozmiarze $n \times m$ i elementach z rozkładu normalnego $N(0, 1)$;