

Projektowanie układów regulacji z obserwatorem stanu

1. Projektowanie układu regulacji z obserwatorem stanu rzędu pełnego

(a) Dane jest wahadło o częstotliwości ω_0 i jego opis w przestrzeni stanów równaniem

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

- Bez pomocy komputera, wyznacz parametry obserwatora stanu, który pozwoli na przemieszczenie obu biegunów obserwatora do położenia $-10\omega_0$ (czyli bieguny obserwatora będą 5 razy szybsze niż bieguny sterownika od stanu zaprojektowanego na poprzednim ćwiczeniu).
- Wyznacz numerycznie parametry obserwatora przy użyciu pakietu MATLAB (polecenia `place` lub `acker`) dla $\omega_0 = 1$.
- Narysuj wykres błędu estymacji stanu $\tilde{x} = x - \hat{x}$, gdzie:
 - x - aktualny stan
 - \hat{x} - estymacja stanu

Przyjmij, że $\omega_0 = 1$, macierz wzmocnień sterownika od stanu $K = [3 \ 4]$ a warunki początkowe dane są poniżej

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

WSKAZÓWKA: Dobierz odpowiednio wartości elementów macierzy C i D tak aby uzyskać na rysunku trajektorie x_1 oraz x_2 . Napisz odpowiedni skrypt w środowisku MATLAB. Użyj polecenia `initial`.

(b) Dany jest układ, którego transmitancja $G(s)$ dana jest następującym równaniem

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

- Bieguny układu zamkniętego muszą spełniać równanie

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (2)$$

dla $\zeta = 0.707$ i $\omega_n = 1$ rad/sec.

- Następnie wyznacz parametry obserwatora tak aby jego bieguny spełniały równanie (2) dla $\zeta = 0.5$ i $\omega_n = 5$ rad/sec.

(c) Użyj metody przemieszczania biegunów do zaprojektowania regulatora i obserwatora dla układu opisanego następującymi macierzami

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 0 \\ -16 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = 0 \quad (3)$$

Przyjmij, że bieguny regulatora będą

$$\{-1.42; -1.04 \pm 2.14j\} \quad (4)$$

a obserwatora

$$\{-4.25; -3.13 \pm 6.41j\}$$

(d) Dany jest obiekt opisany w przestrzeni stanów następującym modelem

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad -4], \quad D = 0$$

Sprawdź czy obiekt ten jest obserwowalny. Jeśli tak zaprojektuj obserwator rzędu pełnego poprzez ulokowanie jego biegunów w $s_{1,2} = -1$. Wykreśl trajektorię błędu estymacji $e = x - \hat{x}$ przy założeniu, że $e(0) = [1 \ 1]^T$.

(e) Dany jest obiekt opisany w przestrzeni stanów następującym modelem

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}, C = [2 \quad -4 \quad 0], D = 0$$

Sprawdź czy obiekt ten jest obserwowalny. Jeśli tak zaprojektuj obserwator rzędu pełnego poprzez ulokowanie jego biegunów w $s_{1,2} = -1 \pm 2j$ i $s_3 = -10$.

(f) Dany jest obiekt opisany w przestrzeni stanów następującym modelem

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4.3 & -1.7 & -6.7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.35 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1 \quad 0], D = 0$$

Zaprojektuj sterownik od stanu tak aby bieguny układu zamkniętego zostały ulokowane w $s_{1,2} = -1.4 \pm 1.4j$ i $s_3 = -2$. Dodatkowo zaprojektuj obserwator rzędu pełnego poprzez ulokowanie jego biegunów w $s_{1,2} = -18 \pm 5j$ i $s_3 = -20$. Zbuduj układ regulacji z zaprojektowanym regulatorem i obserwatorem. Przeprowadź symulacje takiego układu regulacji przyjmując następujące warunki początkowe $x(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$ i $\hat{x}(0) = [0.5 \ 0.1 \ 0.1]^T$

(g) Zbadać obserwowalność układu otwartego, dla którego są dane następujące macierze opisu w przestrzeni stanów:

$$A = \begin{bmatrix} -0.4 & 0 & -0.01 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1.4 & 9.8 & -0.02 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6.3 \\ 0 \\ 9.8 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 0 \quad 1], D = 0 \quad (5)$$

- Przeanalizować program `obserw.m` projektowania układu regulacji z obserwatorem stanu..
- Zaprojektować układ regulacji z obserwatorem stanu dla układu (5) przyjmując bieguny regulatora $cp = \{-2.0; -1.0 \pm 1.0j\}$ i bieguny obserwatora $op = \{-3.0; -3.0 \pm 3.0j\}$. Przed uruchomieniem programu należy wprowadzić do przestrzeni roboczej macierze A, B, C, D i wektory cp, op .
- Zbadać wpływ zmian położenia biegunów obserwatora na wyniki regulacji i estymacji stanu układu.

2. Projektowanie układu regulacji z obserwatorem stanu rzędu zredukowanego

(a) Zaprojektuj obserwator rzędu zredukowanego dla układu wahadła opisanego w przestrzeni stanów równaniem (1). Przyjmij, że macierz wzmocnień regulatora od stanu jest $K = [3 \ 4]$. Narysuj wykres błędu estymacji stanu.

(b) Zaprojektuj obserwator rzędu zredukowanego dla układu opisanego w przestrzeni stanów równaniem (3). Przyjmij, że bieguny regulatora są takie jak w (4) a bieguny obserwatora będą

$$\{-4.24 + 4.24j; -4.24 - 4.24j\}$$

Sprawozdanie

Sprawozdanie z przeprowadzonego laboratorium powinno zawierać:

- Obliczenia i przekształcenia wyznaczające parametry regulatorów i obserwatorów
- Zawartość utworzonych podczas laboratorium skryptów MATLAB'a wraz z komentarzem
- Spostrzeżenia dotyczące doboru biegunów obserwatora i regulatora
- Spostrzeżenia dotyczące wyboru pomiędzy obserwatorem pełnym i zredukowanym
- Wykresy stanów i ich estymat (patrz podpunkt (a) zadania 1 i 2) wraz z ich opisem.
- Uwagi i wnioski

Literatura:

1. Gene F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini. - *Feedback Control of Dynamic Systems*. Prentice Hall, 4 edition, 2002
2. Kaczorek T. - *Teoria sterowania*, T.1, WNT Warszawa 1977.
3. Shahian B., Hassul M. - *Control System Design Using MALAB*. Prentice Hall, New Jersey, 1993

Skrypty Matlab'a

```
% Obserw.m - PROJEKTOWANIE UKŁADU REGULACJI Z OBSERWATOREM STANU
% Wartości własne macierzy A,
% Odpowiedź skokowa układu otwartego
% Obserwowalność i sterowalność układ

eig(A) t=0:0.1:50; figure(1); step(A,B,C,D,1,t); title('Odpowiedź
skokowa obiektu');

pause;

O=obsv(A,C); obsAC=rank(O), S=ctrb(A,B); streAB=rank(S),

% Obliczenie wektorów wzmocnień obserwatora stanu i regulatora
% Obliczenie opisu w przestrzeni stanów obserwatora
% Odpowiedź skokowa obserwatora
l=place(A',C',op)' k=place(A,B,cp) Ak=A-B*k-l*C Bk=l Ck=k
Dk=zeros(size(D)) figure(2); t=0:0.01:10; step(Ak,Bk,Ck,Dk,1,t);
title('Odpowiedź skokowa obserwatora');

pause;

% Opis układu ze sprzężeniem od stanu
[ar,br,cr,dr]=augstate(A,B,C,D); [n,m]=size(dr);
[ac,bc,cc,dc]=feedback(ar,br,cr,dr,[],[],[-k,1,[2:n]]);
[y,x,t]=step(ac,bc,cc,dc,1,t); dcg1=dcgain(ac,bc,cc,dc);
y=y(:,1)/dcg1(1);

% Opis układu ze sprzężeniem od obserwatora stanu
% Opis układu otwartego
% Opis układu zamkniętego
% Odpowiedź skokowa układu zamkniętego ze sprzężeniem od stanu
% i ze sprzężeniem od obserwatora stanu
[Ao,Bo,Co,Do]=series(A,B,C,D,Ak,Bk,Ck,Dk)
[Ac,Bc,Cc,Dc]=feedback(A,B,C,D,Ak,Bk,Ck,Dk)
[yc,xc,t]=step(Ac,Bc,Cc,Dc,1,t); dcg=dcgain(Ac,Bc,Cc,Dc); yc=yc/dcg;
figure(3); plot(t,[y,yc]); title('Odpowiedzi skokowe układu
zamkniętego ze sprzężeniem od stanu i obserwatora'); grid;

pause;

% Obliczenie odpowiedzi układu zamkniętego dla zadanych warunków
% początkowych obiektu i obserwatora

x0=[1 2 3]; xobs0=[-5 -6 -15]; [Ar,Br,Cr,Dr]=augstate(Ac,Bc,Cc,Dc)
t=0:0.01:3; x_xobs=initial(Ar,Br,Cr,Dr,[x0,xobs0],t); figure(4);
subplot(3,1,1); plot(t,[x_xobs(:,2),x_xobs(:,5)]); title('x1, x^1');
subplot(3,1,2); plot(t,[x_xobs(:,3),x_xobs(:,6)]); title('x2, x^2');
subplot(3,1,3); plot(t,[x_xobs(:,4),x_xobs(:,7)]); title('x3, x^3');
pause;

% Charakterystyki częstotliwościowe układu otwartego

figure(5); bode(Ao,Bo,Co,Do); title('Układ otwarty')
```