

1. Prosty eksperyment porównawczy i eksperyment jednoczynnikowy

Celem eksperymentu było sprawdzenie czy dwa różne multimetry, które zostały wykorzystane do pomiarów rezystancji rezystora, podają podobne wyniki.

W eksperymencie zostały wykorzystane multimetry:

- YATO YT73081,
- MMastech S830L.

Pomiary zostały przeprowadzone dla opornika do montażu przewlekane (THT) o rezystancji 100 omów, mocy maksymalnej 0,25W i tolerancji 5%.

W ramach eksperymentu przeprowadzono po 10 pomiarów dla każdego z multimetrów. Wyniki pomiarów zostały zestawione w poniższej tabeli.

nr	Yato YT73081	Mastech MAS830L
1	99	98,8
2	99,8	98,8
3	99,7	99,3
4	99,7	99,3
5	99,7	99,3
6	99,7	99,3
7	99,7	99,2
8	99,7	99,3
9	99,7	99,3
10	99,8	99,3

2. Analiza: Badanie istotności wpływu rodzaju miernika na wynik pomiaru

Analiza wyników eksperymentu została przeprowadzona z wykorzystaniem testu istotności dla dwóch średnich. Zastosowany test zakłada, że odchylenia standardowe wyników otrzymanych dla jednego i drugiego miernika są nieznane ale równe. W teście istotności wykorzystywana jest statystyka t-studenta o 18 stopniach swobody.

Wyniki testu zostały zestawione w poniższej tabeli.

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane w projekt1.stw) Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne próby.				
	Średnia Grupa 1	Średnia Grupa 2	t	df	p
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	99,65000	99,19000	4,667920	18	0,000191

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane w projekt1.stw) Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne			
	Nważnych Grupa 1	Nważnych Grupa 2	Odch.std Grupa 1	Odch.std Grupa 2
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	10	10	0,232140	0,207900

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane w	
	iloraz F Wariancje	p Wariancje
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	1,246787	0,747837

Otrzymany graniczny poziom istotności $p = 0,000191$. Oznacza to że, hipoteza zerowa (zakładająca równość wyników pomiarów otrzymywanych za pomocą obydwu mierników) musi być odrzucona na rzecz hipotezy alternatywnej (zakładającej, że wyniki pomiarów się różnią). Wynik tego testu oznacza więc, że różnica w wynikach jest istotna statystycznie i nie można uważać, że pomiary wykonane za pomocą mierników są takie same.

3. Badanie założeń testu

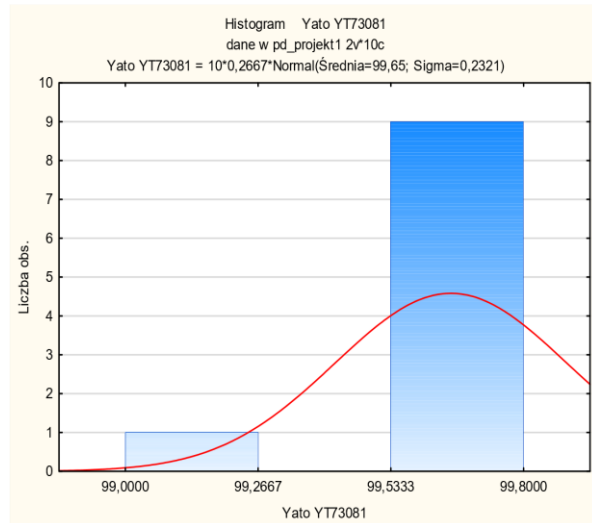
Przeprowadzany test ma 2 założenia:

- dane powinny pochodzić z rozkładu normalnego,
- odchylenia standardowe w obydwu próbach powinny być takie same.

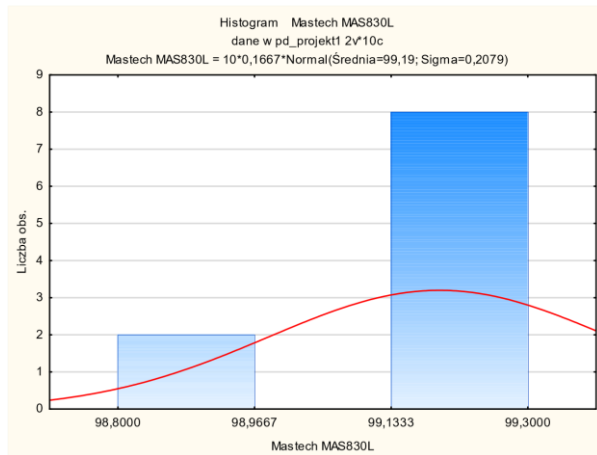
3.1. Badanie założeń testu - analiza graficzna

Do oceny zgodności rozkładów z rozkładem normalnym mogą być wykorzystane: histogramy i wykresy kwantyl-kwantyl.

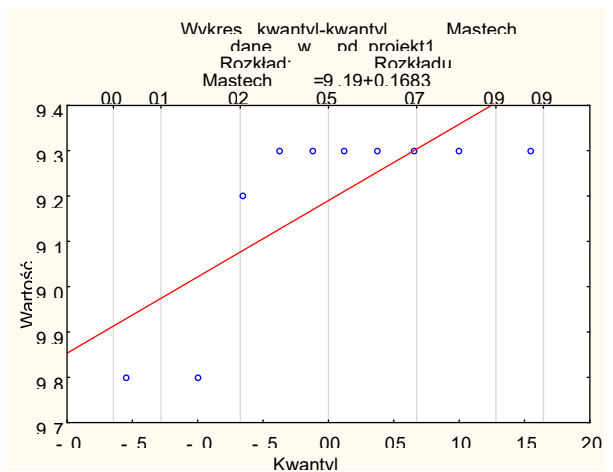
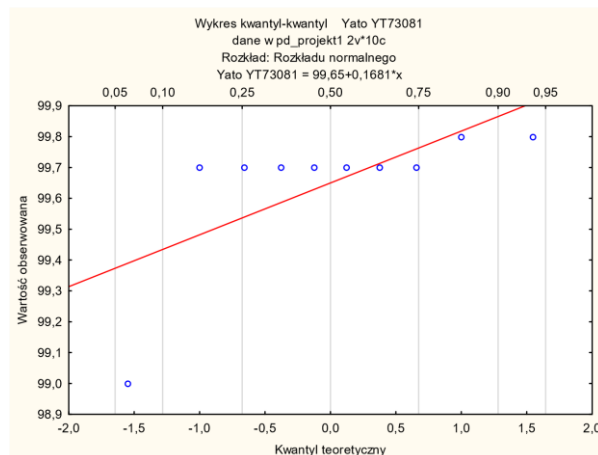
miernik Yato YT73081



miernik Mastech MAS830L



Histogramy



Wykres kanytl-kwantyl

Uzyskane histogramy i wykresy kwantyl-kwantyl nasuwają wątpliwości co do zgodności rozkładów z rozkładem normalnym. Do oceny zgodności rozkładów z rozkładem normalnym mogą być wykorzystane testy zgodności. Poniżej przedstawione zostały wyniki testów Kołmogorowa-Smirnowa oraz Andersona-Darlinga.

3.2. Testy zgodności: miernik Yato YT73081

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Yato YT73081 Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa				
	d K-S	K-S p	Stat. AD	p AD	Chi-kwadrat
Normalny (location,skala)	0,485267	0,010850	2,373372	0,058974	

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Yato YT73081 Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa			
	Chi kwadrat p	Chi kwadrat df	Przesunięcie (próg/położenie)	Param 1
Normalny (location,skala)				99,65000

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Yato YT73081 Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa			
	Param 2	Param 3	Param 4	Param 5
Normalny (location,skala)	0,232140			

Testy Kołmogorowa-Smirnowa oraz Andersona-Darlinga dały wartość granicznego poziomu istotności $p = 0,010850$ oraz $p = 0,058974$ oznacza to, że decyzja o odrzuceniu hipotezy zerowej (zakładającej zgodność rozkładu wyników pomiarów uzyskanych przy pomocy miernika Yato YT73081 z rozkładem normalnym) zależy od przyjętego poziomu istotności alfa. Gdyby poziom alfa został przyjęty jako 0,01 to w obydwu testach hipoteza zerowa nie mogłaby być odrzucona (czyli założenie o zgodności z rozkładem normalnym byłoby spełnione), dla poziomu istotności alfa równego 0,05 test Kołmogorowa-Smirnowa nakazałby odrzucenie hipotezy zerowej (nie można przyjąć, że dane mają rozkład normalny) a test Andersona-Darlinga nie pozwoliłby na odrzucenie hipotezy o zgodności z rozkładem normalnym.

3.3. Testy zgodności: Miernik Mastech MAS830L

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Mastech MAS830L Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa				
	d K-S	K-S p	Stat. AD	p AD	Chi-kwadrat
Normalny (location,skala)	0,401633	0,057311	2,085984	0,083658	

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Mastech MAS830L Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa			
	Chi kwadrat p	Chi kwadrat df	Przesunięcie (próg/położenie)	Param 1
Normalny (location,skala)				99,19000

	Podsumowanie (dane w pd_projekt1) Zmienna: Mastech MAS830L Kolejność: wg Kolomogorwa-Smironowa				
	Param 2	Param 3	Param 4	Param 5	Param 6
Normalny (location,skala)	0,207900				

Testy Kołmogorowa-Smirnowa oraz Andersona-Darlinga dały wartość granicznego poziom istotności $p = 0,057311$ oraz $p = 0,083658$ oznacza to, że obydwa testy niezależnie czy poziom istotności alfa zostałby przyjęty jako 0,01 czy 0,05 nie pozwoliłyby na odrzucenie hipotezy zerowej (zakładającej zgodność rozkładu wyników pomiarów uzyskanych przy pomocy miernika Mastech MAS830L z rozkładem normalnym. W tym przypadku należy więc przyjąć, że dane mają rozkład zgodny z rozkładem normalnym.

3.4. Test istotności - równość odchyłeń standardowych (wariancji)

	Testy dla prób niezależnych (dane w projekt1.stw) Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne próby.				
	Średnia Grupa 1	Średnia Grupa 2	t	df	p
Grupa 1 wz. Grupa 2					
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	99,65000	99,19000	4,667920	18	0,000191

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane w projekt1.stw) Uwaga: Zmienne traktowane są jako niezależne			
	Nważnych Grupa 1	Nważnych Grupa 2	Odch.std Grupa 1	Odch.std Grupa 2
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	10	10	0,232140	0,207900

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane w	
	iloraz F Wariancje	p Wariancje
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	1,246787	0,747837

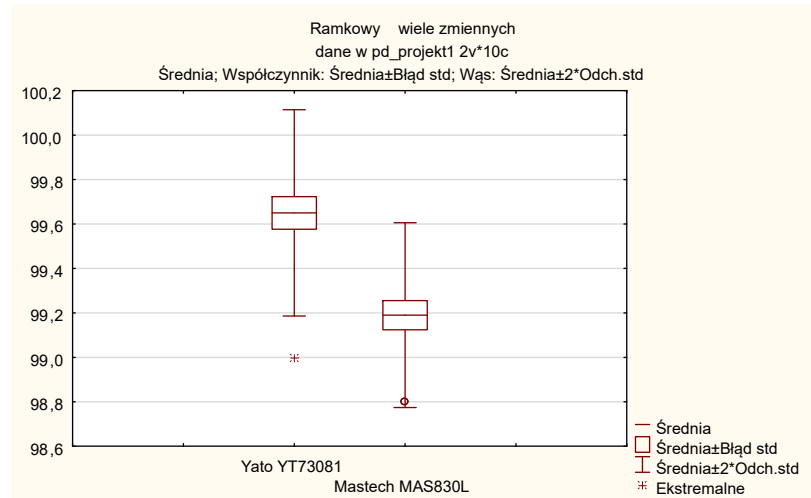
Przeprowadzony test oceniający równość wariancji dał wartość granicznego poziomu istotności $p = 0,747837$. Oznacza to, że hipoteza zerowa (zakładająca równość wyników wariancji pomiarów otrzymywanych za pomocą obydwu mierników) nie może być odrzucona. Wynik tego testu oznacza więc, że różnica w wynikach jest istotna statystycznie i nie można uważać, że pomiary wykonane za pomocą mierników są takie same.

3.5. Podsumowanie

Gdyby poziom istotności w testach zgodności został przyjęty jako 0,01 to należałoby uznać, że wszystkie założenia przeprowadzonego testu o równości średnich pomiarów uzyskanych za pomocą obydwu mierników byłyby spełnione i w efekcie należałoby uznać, że wyniki pomiarów wskazują na rozbieżność pomiędzy pomiarami wykonanymi obydwoma miernikami.

Gdyby poziom istotności w testach zgodności został przyjęty jako 0,05 to dla jednego z mierników (Yato YT73081) na podstawie jednego z testów zgodności (KolmogorowaSmirnowa) założenie o zgodności z rozkładem normalnym nie byłoby spełnione i nie można byłoby uznać, że pomiary wykonane za pomocą mierników różnią się od siebie.

4. Analiza graficzna: Badanie istotności wpływu rodzaju miernika na wynik pomiaru



Otrzymany układ pudełek wskazuje, że pomiary wykonane za pomocą drugiego miernika są znacząco mniejsze od tych wykonanych za pomocą miernika pierwszego. Wykres pudełkowy potwierdza więc wynik testu istotności o równości średnich: pomiary wykonane za pomocą obydwu mierników istotnie różnią się od siebie.

5. Badanie mocy testu

Zakładając, że celem testu było wykrycie otrzymanej rozbieżności pomiędzy otrzymanymi wynikami pomiarów:

99,65 - średnia z pomiarów miernika YT73081

99,19 - średnia z pomiarów miernika Mastech MAS830L

przeprowadzono badanie mocy testu.

Test t dla prób niezależnych: Moc: dane w pd_projekt1 ? X

Podstawowe | Otwórz/Zapisz

Wartości parametrów

Mi1: 99,65
Mi2: 99,19
N1: 10
N2: 10
Alfa: 0,05
Sigma: 0,22

Hipoteza zerowa

☒ 2-stronna (Mi1 = Mi2)
☐ 1-stronna (Mi1 <= Mi2)
☐ 1-stronna (Mi1 >= Mi2)

OK
Wstecz
Domyślne
Opcje

W analizie mocy testu wartość odchylenia standardowego (sigmy) przyjęto jako średnią odchyłeń standardowych dla wyników pomiarów otrzymanych za pomocą pierwszego (0,23214) i drugiego miernika (0,2079), tzn. $\sigma = 0,22$.

Uwaga: W oknie analizy poziom alfa był wpisany jako 0.05 - konieczne było poprawienie wartości na 0,05. W kolejnym oknie należało z tego samego powodu poprawić

	Moc (dane w pd_projekt1) Dwie średnie, test t, próby niezależne H0: $\mu_1 = \mu_2$	
	Wartość	
Średnia populacyjna μ_1	99,6500	
Średnia populacyjna μ_2	99,1900	
Odch. std. w populacji (Sigma)	0,2200	
Efekt standaryzowany (Es)	2,0909	
Liczność próby N1	10,0000	
Liczność próby N2	10,0000	
Prawdop. bł. I rodzaju (Alfa)	0,0500	
Wartość krytyczna t	2,1009	
Moc	0,9929	

Dla 10 pomiarów wykonanych jednym i drugim miernikiem otrzymano moc testu równa 0,9929.

6. Wykresy mocy

6.1. Wykres mocy wzg. liczebności próby

Ze względu na to, że test dla już dla 10 pomiarów miał moc na poziomie 0,9929 dla potrzeb wykresu mocy względem liczebności próby Początek N zostało ustawione na 2 a Końcowe N na 10.

Test t dla prób niezależnych: Wyniki obliczania mocy: dane...

Test t dla prób niezależnych: Obliczanie mocy
 $H_0: \mu_1 = \mu_2$
 Prawdop. bł. I rodzaju (Alfa): 0,05

Srednia populacyjna μ_1 : 99,65
 Srednia populacyjna μ_2 : 99,19
 Liczność próby N_1 : 10
 Liczność próby N_2 : 10
 Odch. std. w populacji (Sigma): 0,22
 Efekt standaryzowany (E_s): 2,09091

Podstawowe | Otwórz/Zapisz

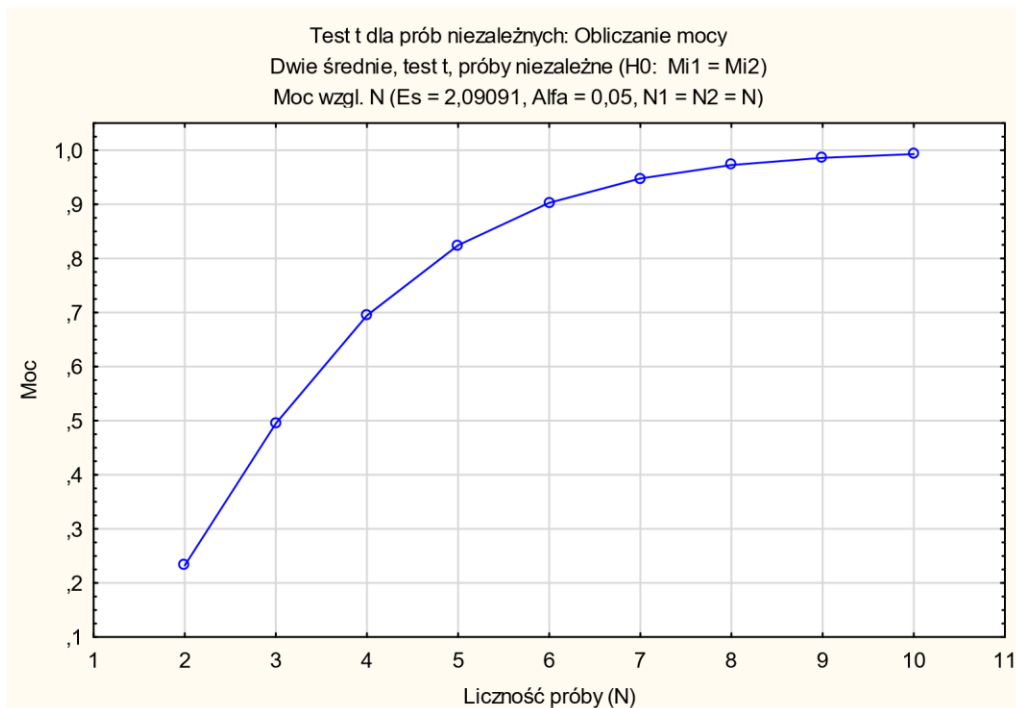
Ustawienia osi X

Początek N: 2
 Końcowe N: 10
 Początk. E_s : 0,30
 Końcowy E_s : 0,90
 Początk. Alfa: 0,01
 Końc. Alfa: 0,25
 Kroków: 10

Wykresy mocy

Moc względem N
 Moc względem N_1
 Moc względem N_2
 Moc względem E_s
 Moc względem Alfa

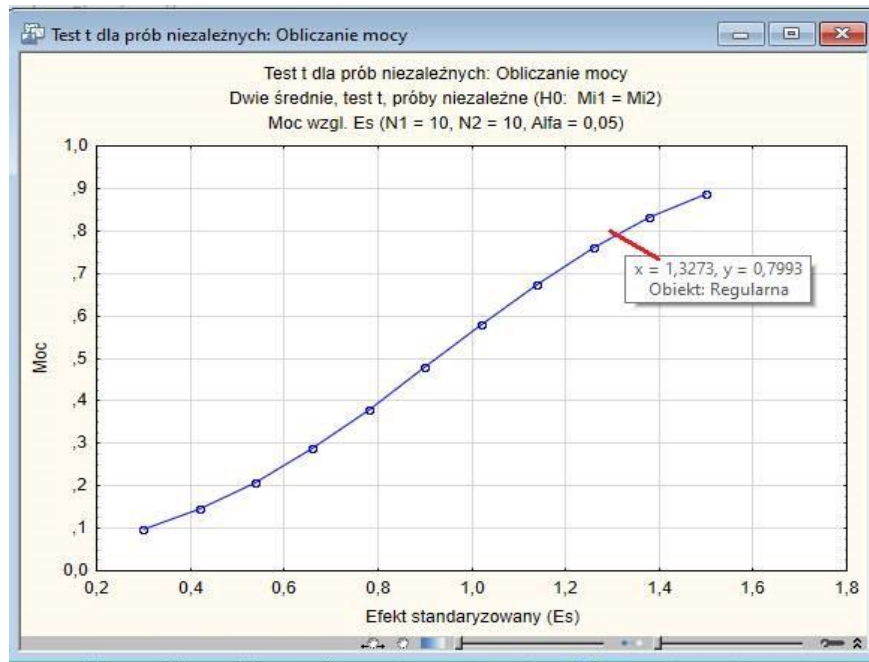
Oblicz moc
 Zmień param.
 Wstecz
 Opcje



Z otrzymanego wykresu wynika, że wykonanie 5 pomiarów jednym i drugim miernikiem dałoby już zadowalająco moc testu (moc > 0,8)

6.2. Wykres mocy wzg. efektu standaryzowanego ES

W celu sporządzenia tego wykresu konieczne było powiększenie "Końcowego ES" dla domyślnej wartości 0,9 maksymalna wartość mocy była niższa niż 0,5, po powiększeniu końcowej wartości efektu standaryzowanego otrzymano poniższy wykres.



Z wykresu wynika, że przeprowadzony test ma moc ok. 0,8 dla efektu standaryzowanego równego ok. $ES=1,3273$. Standaryzowaną wartość efektu można przeliczyć na rzeczywistą różnicę pomiędzy średnimi wynikami pomiarów z obydwu mierników korzystając z wzoru:

$$ES = 1/\sigma * (\mu_1 - \mu_2)$$

po przekształceniu otrzymuje się:

$$\mu_1 - \mu_2 = ES * \sigma$$

W rozważanym eksperymencie, test można byłoby uznać za mocny ($moc=0,8$) gdyby zadaniem testu była rozbieżności pomiędzy wynikami pomiarów równa $\mu_1 - \mu_2 = 0,292$ (dla otrzymanych wyników eksperymentu $\mu_1 - \mu_2 = 0,46$ więc moc testu jest większa - wynosi 0,9929).

7. Wyznaczanie minimalnej liczebności próby

W celu obliczenia minimalnej liczebności próby w oknie analizy wprowadzone zostały dane:

Test t dla prób niezal. : Liczn...

Podstawowe | Otwórz/Zapisz

Wartości parametrów

Mi1: 99,65

Mi2: 99,19

Alfa: .05

Sigma: 0.22

Moc docelowa: 0.8

Hipoteza zerowa

☒ 2-stronna (Mi1 = Mi2)

☐ 1-stronna (Mi1 <= Mi2)

☐ 1-stronna (Mi1 >= Mi2)

OK Wstecz Domyślne Opcje

Z otrzymanego arkusza z wynikami (rysunek poniżej) wynika, że dla otrzymanej różnicy w wynikach pomiarów wystarczyłoby wykonać eksperyment składający się z 5 pomiarów dla każdego miernika - otrzymany wynik jest więc zgodny z odczytem z wykresu mocy względem liczebności próby przedstawionym powyżej.

	Liczebność próby (dane w pd_projekt1.stw) Dwie średnie, test t, próby niezależne H0: Mi1 = Mi2	
	Wartość	
Średnia populacyjna Mi1	99,6500	
Średnia populacyjna Mi2	99,1900	
Odch. std. w populacji (Sigma)	0,2200	
Efekt standaryzowany (Es)	2,0909	
Prawdop. bł. I rodzaju (Alfa)	0,0500	
Wartość krytyczna t	2,3060	
Moc docelowa	0,8000	
Moc dla wymaganej liczebności próby N	0,8244	
Wymagane N (w grupie)	5,0000	

8. Analiza: Badanie istotności wpływu rodzaju miernika na wynik pomiaru na ograniczonej próbie

W celu sprawdzenia wniosków z analizy mocy przygotowany został nowy okrojony zbiór danych.

nr	Yato YT73081	Mastech MAS830L
1	99	98,8
2	99,8	98,8
3	99,7	99,3
4	99,7	99,3
5	99,7	99,3

Otrzymane wyniki analizy istotności dla takiego zbioru danych zostały przedstawione w poniższej tabeli.

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane2w pd_projekt1.stw)				
	Średnia Grupa 1	Średnia Grupa 2	t	df	p
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	99,58000	99,10000	2,515884	8	0,036039

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane2 w pd_projekt1.stw)			
	Nważnych Grupa 1	Nważnych Grupa 2	Odch.std Grupa 1	Odch.std Grupa 2
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	5	5	0,327109	0,273861

Grupa 1 wz. Grupy 2	Testy dla prób niezależnych (dane2 w)	
	iloraz F Wariacje	p Wariacje
Yato YT73081 vs. Mastech MAS830L	1,426667	0,738981

Ocena rozbieżności wyników pomiędzy wskazaniem mierników jest taka sama jak przy teście w którym wykorzystany został pełen zbiór danych - dla poziomu istotności $\alpha=0,05$ wynik testu wskazuje na konieczność odrzucenia hipotezy o podobieństwie pomiędzy otrzymanymi wynikami pomimo, że otrzymana wartość $p = 0,036039$ jest dużo większa od początkowej $p = 0,000191$.