## 6. STATYSTYKA MATEMATYCZNA – TESTY ZGODNOŚCI

Wynikiem działania testów statystycznych w STATISTICE są graniczne poziomy istotności p-value. Decyzję o **odrzuceniu** hipotezy  $H_0$  można podjąć, gdy:

założony poziom istotności  $\alpha$  jest większy od poziomu granicznego p-value.

O braku podstaw do odrzucenia hipotezy H<sub>0</sub> świadczy:

poziom istotności  $\alpha$  mniejszy od granicznego poziomu istotności p-value.

W przypadku kilku testów nie ma możliwości określenia wartości poziomu  $\alpha$  (domyślnie przyjmowany jest poziom istotności  $\alpha = 0,05$ ).

Dla ułatwienia, wyniki testów, które dla ustalonego poziomu istotności  $\alpha$  wymagają odrzucenia hipotezy  $H_0$ , zaznaczane są na czerwono.

W testach zgodności weryfikowane są hipotezy dotyczące zgodności próby z pewnym rozkładem teoretycznym. W STATISTICE dostępne są najczęściej stosowane testy zgodności: test  $\chi^2$  i test Kołmogorowa–Smirnowa.

# 6.1. Test zgodności χ<sup>2</sup>

Test  $\chi^2$  można przeprowadzić z poziomu okna **Dopasowanie rozkładu** (dostępne z menu głównego: **Statystyka/ Dopasowanie rozkładu**).

W pierwszym kroku należy wybrać rozkład teoretyczny do którego dane z próby będą porównywane.



Następnie należy określić zmienną, która zawiera analizowane dane (w oknie na kolejnym rysunku do testu została wybrana zmienna długość.

1

🔀 Dopasowanie

🔛 Zmienna:

Rozkła<u>d</u>:

| Dopasowanie rozkład        | u ciągłego: dane1 w statis          | stica01_3.stw         | ?X                |          |        |
|----------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------|----------|--------|
| ozkła <u>d</u> : Normalny  | <b>_</b>                            | SUHH                  | Podsum.           |          |        |
| 🛃 Zmienna długość          | $\overline{}$                       |                       | Anuluj            |          |        |
|                            |                                     | A                     | <u>O</u> pcje ▼   |          |        |
| Podstawowe Parametry       | Opcje                               |                       | <b>⊕</b> <u>w</u> |          |        |
| Liczba k <u>a</u> tegorii: | 8 Ustaw do                          | omyślne               | <u>G</u> rupami   |          |        |
| Doļna granica:             | 19 Klinij aby prz<br>domyślną lic   | zywrócić<br>zbę       |                   |          |        |
| <u>G</u> óma granica:      | 23 kategorii, dol<br>granicę i para | lna i górna<br>ametry |                   |          |        |
| Średnia ( <u>M</u> ):      | 20,962157                           |                       |                   |          |        |
| Wa <u>r</u> iancja:        | .48158886                           |                       |                   |          |        |
| Średnia obserwowana:       | 20,962157                           |                       |                   |          |        |
| Wariancja obserwowana:     | ,4815889                            |                       |                   |          |        |
|                            | ——— 🔀 Dopasowanie r                 | ozkładu ciągłego: d   | ane1 w statistica | 01_3.stw | ?_;    |
|                            | Rozkład: Norma                      | alny 🔻                |                   | SUHH     | Podsum |
|                            | ·····                               |                       |                   |          |        |

Wykres

Wykres rozkładu <u>R</u>ozkład liczności

O Dystrybuanta

Liczności

C Częstości (%)

Wykres liczności lub %

| Bazując na parametrach domyślnych można już na tym etapie przeprowadzić test zgodności (po                     |
|--|
| naciśnięciu np. przycisku <b>Podsum</b> .). Parametry domyślne można zmienić na zakładkach: <b>Parametry</b> i |
| Opcje. Na powyższym rysunku zmienione zostały: Liczba kategorii, Dolna granica i Górna granica.                |
| W przypadku testowania zgodności z rozkładem normalnym można również określić parametry rozkładu:              |
| Średnią i Wariancję. Dla ułatwienia parametry te są wstępnie ustawiane na podstawie wartości                   |
| obliczonych z próby (Średnia obserwowana i Wariancja obserwowana). Na zakładce Opcje można                     |
| również wymusić jednoczesne wykonanie testu Kołmogorowa-Smirnowa, można też zrezygnować z                      |
| domyślnego łączenia kategorii jeśli liczebność w przedziałach klasowych jest mniejsza lub równa 5.             |

Zmienna długość

• <u>N</u>ie

C Tak (ciągły)

Test chi-kwadrat

Podstawowe Parametry Opcje

Test Kołmogorowa-Smirnowa

C Tak (skategoryzowany)

Połączone kategorie

Jeżeli oczekiwana częstość w przedziale jest mniejsza lub równa 5, to przedziały będą łączone <u>A</u>nuluj

Opcje

<u>G</u>rupami

💩 🛯

≥

by II

| E  | statistic  | a01_3.stw <sup>‡</sup>  | * - Zmienna  | : długość, F | Rozkład: No    | rmalny (da | ne1 w statis | tica01_3.st | w)       | _   _    | × |
|----|--|---|--|--------------|----------------|------------|--------------|-------------|----------|----------|---|
| >  |  | Zmienna:<br>Chi-kwadr   | /mienna: długość, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica01_3.stw)<br>Chi-kwadrat = 1,32280, df = 3 (dopasow.) , p = 0,72373 |              |                |            |              |             |          |          |   |
|    |  | Obserw. Skum. Procent Skum.% Oczekiw. Skum. Procent Skumul.% Obserw |  |              |                |            |              |             |          |          |   |
|    | Górna  | Liczność  | Obserw.  | Obserw.      | Obserw.        | Liczność   | Oczekiw.     | Oczekiw.    | Oczekiw. | Oczekiw. |   |
|    | Granica  |   |  |              |                |            |              |             |          |          |   |
|    | <= 19,5  | 1   | 1  | 1,00000      | 1,0000         | 1,75606    | 1,7561       | 1,75606     | 1,7561   | -0,75606 |   |
|    | 20,0   | 6   | 7  | 6,00000      | 7,0000         | 6,52424    | 8,2803       | 6,52424     | 8,2803   | -0,52424 |   |
|    | 20,5   | 18  | 25   | 18,00000     | 25,0000        | 16,99137   | 25,2717      | 16,99137    | 25,2717  | 1,00863  |   |
|    | 21,0   | 29  | 54   | 29,00000     | 54,0000        | 26,90274   | 52,1744      | 26,90274    | 52,1744  | 2,09726  |   |
|    | 21,5   | 26  | 80   | 26,00000     | 80,0000        | 25,90943   | 78,0838      | 25,90943    | 78,0838  | 0,09057  |   |
|    | 22,0   | 12  | 92   | 12,00000     | 92,0000        | 15,17728   | 93,2611      | 15,17728    | 93,2611  | -3,17728 |   |
|    | 22,5   | 6   | 98   | 6,00000      | 98,0000        | 5,40438    | 98,6655      | 5,40438     | 98,6655  | 0,59562  |   |
|    | <niesk.< td=""><td>2</td><td>100</td><td>2,00000</td><td>100,0000</td><td>1,33450</td><td>100,0000</td><td>1,33450</td><td>100,0000</td><td>0,66550</td><td>Ţ</td></niesk.<> | 2   | 100  | 2,00000      | 100,0000       | 1,33450    | 100,0000     | 1,33450     | 100,0000 | 0,66550  | Ţ |
|    | 1  |   |  |              |                |            |              |             |          | Þ        |   |
| Ι. | Zmien  | na: długość,  | Rozkład: No  | malny (dane  | 1 w statistica | 01_3.stw)  |              |             |          |          |   |

Niezależnie od ustawienia opcji **Połączone kategorie** (na zakładce **Opcje**) wynikowa tabela testu zawiera wszystkie kategorie wynikające z ustawień parametrów z zakładki **Parametry** – łączenie wpływa na dopiero na wynikową wartość statystyki testowej, ilość stopni swobody rozkładu  $\chi^2$  oraz obliczaną wartość granicznego poziomu istotności, wyniki obliczeń wyświetlane są w tytule wynikowej tabeli testu w polach: **Chi-kwadrat**, **df** oraz **p**. Domyślny poziom istotność  $\alpha = 0,05$  jest **mniejszy od** otrzymanego granicznego poziomu istotności *p*–*value* = 0,72373, więc w rozważanym przypadku nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności rozkładu z próby z rozkładem normalnym.

# 6.2. Test zgodności λ Kołmogorowa (Kołmogorowa – Smirnowa)

Test Kołmogorowa - Smirnowa można przeprowadzić z poziomu okna:

- Dopasowanie rozkładu (dostępne z menu: Statystyka/Dopasowanie rozkładu),
- Dopasowanie rozkładów (dostępne z menu: Statystyka/Rozkłady i symulacja/Dopasuj rozkład)
- Statystyki opisowe (dostępne z menu: Statystyka/Statystyki podstawowe),
- Analiza zdolności procesu (dostępne z menu: Statystyka/Analiza procesu).

## 6.2.1. Okno Dopasowanie rozkładu

Okno **Dopasowanie rozkładu** zostało omówione w punkcie poprzednim. Test Kołmogorowa–Smirnowa przeprowadzany jest w przypadku ustawienia na zakładce **Opcje** w grupie opcji **Test Kołmogorowa–Smirnowa** opcji: **Tak (skategoryzowany)** lub **Tak (ciągły)**.

Opcje **Tak (skategoryzowany)** lub **Tak (ciągły)** wpływają na sposób wyznaczania statystyki *D* liczonej jako maksymalna różnica pomiędzy dystrybuantami empiryczną i teoretyczną. Dla obliczeń skategoryzowanych obliczenia wykonywane są dla danych pogrupowanych, dla obliczeń ciągłych dane są sortowane a obliczenia są przeprowadzane dla każdej z wartości próbki. Okno wynikowe testu w każdym z przypadków zawiera te same obliczenia niezbędne dla przeprowadzenia testu  $\chi^2$ . Wyniki testu Kołmogorowa-Smirnowa wyświetlane są wyłącznie w nagłówku tabeli. Wyniki dla testu z obliczeniami

skategoryzowanymi i ciągłymi przedstawiono na kolejnych rysunkach. W pierwszym przypadku otrzymano wartość statystyki D = 0,01916 w drugim D = 0,03410. Graniczny poziom istotności p-value podany został tylko w drugim przypadku jako p = **n.i.** (w zasadzie zostały podane dwie wartości: p =**n.i.** i p Lillieforsa = **n.i.**, w przypadku testu normalności dokładniejszą wartością *p*-value jest wartość obliczana z testu Kołmogorowa–Smirnowa uwzględniająca poprawkę Lillieforsa, w rozważanym przykładzie obydwie wartości są **n.i.** czyli nieistotne, tzn. dużo większe od poziomu istotności  $\alpha$ ). Brak wyróżnienia (na czerwono) i nieistotna wartość granicznego poziomu istotności oznaczają, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności rozkładu z próby z rozkładem normalnym.

| E | a statistic  | a01_3.stw   | * - Zmienna   | a: długość, l   | Rozkład: N   | ormalny (da   | ine1 w stati                                | stica01_3.st | .w)      |          | ×  |
|---|--|---|---|---|--|---|---|--------------|----------|----------|----|
| > |  | Zmien <del>na: dług</del> ość, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica01_3.stw)<br>d Kołmogorowa-Smirnowa 0,01916,<br>Chi-kwadrat = 1,32280, df = 3 (dopasow.), p = 0,72373 |   |   |  |   |   |              |          |          |    |
| E | 🖥 statistica01_3.stw - Zmienna: długość, Rozkład: Normalny (dane1 w statistica01_3.stw)  |   |   |   |  |   |   |              |          |          |    |
| > | <  | Zmienna: o<br>d Kołmogo<br>Chi-kwadra   | l <del>łu<u>gość, R</u>u</del><br>rowa-Smir<br><del>at = 1,3228</del> | <del>ozklad: No</del><br>nowa 0,034<br><del>10, df = 3 (c</del> | <del>rmalny (da</del><br>110, p = n.<br><del>lopasow.)</del> | ne1 w stati<br>i., p Lilliefo<br><del>, p = 0,723</del> | stica01_3.st<br>rsa = n.i.<br><del>73</del> | tw)          |          |          |    |
|   | Górna  | Obserw.   | Skum.   | Procent   | Skum.%   | Oczekiw.  | Skum.                                       | Procent      | Skum.%   | Obserw   |    |
|   | Granica  | Liczność  | Obserw.   | Obserw.   | Obserw.  | Liczność  | Oczekiw.                                    | Oczekiw.     | Oczekiw. | Oczekiw. |    |
|   | <= 19,5  | 1   | 1   | 1,00000   | 1,0000   | 1,75606   | 1,7561                                      | 1,75606      | 1,7561   | -0,75606 |    |
|   | 20,0   | 6   | 7   | 6,00000   | 7,0000   | 6,52424   | 8,2803                                      | 6,52424      | 8,2803   | -0,52424 |    |
|   | 20,5   | 18  | 25  | 18,00000  | 25,0000  | 16,99137  | 25,2717                                     | 16,99137     | 25,2717  | 1,00863  |    |
|   | 21,0   | 29  | 54  | 29,00000  | 54,0000  | 26,90274  | 52,1744                                     | 26,90274     | 52,1744  | 2,09726  |    |
|   | 21,5   | 26  | 80  | 26,00000  | 80,0000  | 25,90943  | 78,0838                                     | 25,90943     | 78,0838  | 0,09057  |    |
|   | 22,0   | 12  | 92  | 12,00000  | 92,0000  | 15,17728  | 93,2611                                     | 15,17728     | 93,2611  | -3,17728 |    |
|   | 22,5   | 6   | 98  | 6,00000   | 98,0000  | 5,40438   | 98,6655                                     | 5,40438      | 98,6655  | 0,59562  |    |
|   | <niesk.< td=""><td>2</td><td>100</td><td>2,00000</td><td>100,0000</td><td>1,33450</td><td>100,0000</td><td>1,33450</td><td>100,0000</td><td>0,66550</td><td>-</td></niesk.<> | 2   | 100   | 2,00000   | 100,0000   | 1,33450   | 100,0000                                    | 1,33450      | 100,0000 | 0,66550  | -  |
| J |  |   |   |   |  |   |   |              |          | Þ        | // |
|   | Zmien  | na: długość,  | Rozkład: No   | omalny (dane  | 1 w statistica   | a01_3.stw)  |   |              |          |          |    |

## 6.2.2. Okno Dopasowanie rozkładów

Zgodność danych z podstawowymi rozkładami teoretycznymi (ciągłymi i dyskretnymi) może zostać zbadana po wskazaniu opcji: **Statystyka/Rozkłady i symulacja/Dopasuj rozkład**.

| 🕅 Rozkłady i symulacja: dane1 w sta | tistica01_?_X |
|-------------------------------------|---------------|
| Podstawowe                          | E OK          |
| Dopasuj rozkład                     | Anuluj        |
| Uruchom symulację                   | 🔈 Opcje 🔻     |
| Profilowanie                        | 🗁 Otwórz dane |
|                                     | SELECT S 🔂 W  |
|                                     |               |
|                                     |               |

Dopasowanie rozkładów można przeprowadzić po wskazaniu zmiennych na zakładce **Podstawowe**. Zakładka **Zmienne ciągłe** pozwala na ustalenie parametrów ciągłych rozkładów teoretycznych, zakładka **Zmienne skokowe** rozkładów dyskretnych.

| <u>M</u> Dopasowanie rozkład   | lów: dane1 w statistica01_3.stw  | ?_×   | <u>c</u>  |
|--|--|---|---|
| Podstawowe Zmienne o<br><u>Z</u> mienne:<br>Ciągłe: długość<br>Skokowe: brak | ziągłe   Zmienne skokowe   Opcje  <br> <br>ć<br>Dopasowanie rozkładów: dane1 w statistica  | Anuluj<br>Dopoje  | 2 1   |
|  | Podstawowe       Zmienne ciągłe       Zmienne skokowe         << Poprzednia       Następna >>       długość         Rozkład       Wszystkie       Wyczyść       Przełącz         ✓       Normalny       Przełącz       Image: State Stat | Opcje         ▼         Przesunięcie:         0         Przesunięcie:         0 | Anuluj<br>Anuluj<br>Anuluj<br>Copcje<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessional<br>Consessiona |

Wyniki dopasowania rozkładu danych do wskazanych rozkładów teoretycznych są wyświetlane po zaakceptowaniu okna **Dopasowania rozkładów**. Okno wyników na zakładce **Podstawowe** pozwala na analizę dopasowania danych do wybranego rozkładu teoretycznego.

Użytkownik może zobaczyć:

• wartości podstawowych statystyk wyznaczonych z próby (przycisk Podsumowanie),

| 🔞 Wyniki dopasowania rozkład  | lów: dane1 w statistica01_3.stw |                       | ?_X     |
|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------|---------|
| Podstawowe Zapisz dopasowanie |                                 |                       | Symuluj |
| Zmienne << >> długość         | •                               |                       | Anuluj  |
| Rozkład << >> Normalny        |                                 |                       | Dpcje 🔻 |
|                               |                                 |                       |         |
| Podsumowanie                  | Wykres podsumowujący            | Podsumowanie rozkładu | ]       |
| Dystrybuanta empiryczna       | Histogram z dopasowaniem        | Skumulowany histogram | ]       |
| Wykres P-P                    | Wykres <u>Q</u> -Q              | wykres ramka-wąsy     | ]       |
|                               |                                 |                       |         |
|                               |                                 |                       |         |

wyniki trzech testów zgodności (przycisk Podsumowanie rozkładu)
 Kołmogorowa – Smirnowa (wartość statystyki *D* oraz *p*-*value* – kolumny: d K–S i K–S p),
 Andersona–Darlinga (wartość statystyki AD oraz p–value – kolumny Stat. AD i p AD),
 χ<sup>2</sup> (wartość statystyki χ<sup>2</sup>, p–value oraz ilość stopni swobody – kolumny: Chi^2, Chi^2 p, Chi^2 df)
 oraz dopasowane parametry rozkładu teoretycznego (na poniższym rysunku Param1 i Param2),

| 티 | statistica0                      | 1_3.stw - F   | odsumowa      | anie for Zm  | iienna: dług | jość (dane:      | 1 w statistic  | a01_3.stw)       | )   |               | _ 🗆      | ×           |
|---|----------------------------------|---------------|---------------|--------------|--------------|------------------|----------------|------------------|-----|---------------|----------|-------------|
| > |                                  | Podsumo       | wanie for Z   | (mienna: d   | ługość (da   | ne1 w stati      | istica01_3.s   | stw)             |     |               |          |             |
|   |                                  | d K-S         | K-S           | Stat. AD     | p AD         | Chi <sup>2</sup> | Chi^2          | Chi <sup>2</sup> | Ρ   | Param1        | Param2   |             |
|   |                                  |               | р             |              |              |                  | р              | df               | r   |               |          |             |
|   |                                  |               |               |              |              |                  |                |                  | Z   |               |          |             |
|   | Normalny<br>(location,<br>skala) | 0,034096      | 0,999588      | 0,131388     | 0,999263     | 1,322798         | 0,723727       | 3,000000         |     | 20,96216      | 0,693966 | -           |
| J | •                                |               |               |              |              |                  |                |                  |     |               | Þ        | <b>_</b> // |
|   | Statystyk                        | i opisowe (da | ane1 w statis | tica01_3.stw | /) 🔲 Pode    | sumowanie fo     | r Zmienna: dłu | ugość (dane i    | l w | statistica01_ | .3.stw)  |             |

Okno udostępnia również przyciski umożliwiające szybkie przygotowanie wykresów porównujących:

- dystrybuantę empiryczną i teoretyczną (przycisk Dystrybuanta empiryczna),
- histogram liczebności z nałożoną funkcją gęstości rozkładu teoretycznego (przycisk Histogram z dopasowaniem),
- histogram liczebności skumulowanych z nałożoną dystrybuantą rozkładu teoretycznego (przycisk Skumulowany histogram),
- wykres prawdopodobieństwo-prawdopodobieństwo (przycisk Wykres P-P),
- wykres kwantyl-kwantyl (przycisk **Wykres Q-Q**),
- wykres pudełkowy (przycisk Wykres ramka–wąsy),
- zestawienie wybranych wyników i wykresów (przycisk Wykres podsumowujący).

Zakładka **Zapisz dopasowanie** pozwala na analizę wyników dopasowania uzyskanych dla wszystkich rozważanych rozkładów teoretycznych.

| 碱 Wyniki dopasowania ro:  | zkładów: d | ane1 w sta  | tistica01_3 | .stw         |             |       |                |   | ?_×             |
|---------------------------|------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------|----------------|---|-----------------|
| Podstawowe Zapisz dopaso  | wanie      |             |             |              |             |       |                |   | <u>S</u> ymuluj |
| Zmienne << _> dłu         | gość       | •           | Dostosuj    | rozkłady     |             |       |                |   | Anuluj          |
|                           |            | Γ           | Użyj dostos | owanych rozł | kładów      |       |                |   | Opcje 👻         |
| Rozkład                   | d K-S      | K-S         | Stat. AD    | p AD         | Chi-kwadrat | Chi 🔺 |                | - |                 |
| Johnson SU(typ , Gamm     | 0,032319   | 0,999849    | 0,086619    | 0,999982     | 0,506198    | 0,4   | ₹              |   |                 |
| Uogólniony wartości ekst  | 0,034274   | 0,999548    | 0,147229    | 0,998703     | 0,715509    | 0,6   |                |   |                 |
| Log-normalny (skala,kszt  | 0,028586   | 0,999990    | 0,102308    | 0,999938     | 0,908069    | 0,8   | <b>↑</b>       |   |                 |
| Normalny (location,skala) | 0,034096   | 0,999588    | 0,131388    | 0,999263     | 1,322798    | 0.7   |                |   |                 |
| Trójkątny(min,max,moda)   | 0,081717   | 0,491061    | 1,475839    | 0,182364     | 3,878467    | 0,1   | $ \downarrow $ |   |                 |
| Rayleigha (skala)         | 0,572317   | 0,000000    | 40,219927   | 0,000000     | 879,590183  | 0,0   |                |   |                 |
|                           | 0 ( 40070  | 0.000000    | 40.000000   | 0.000000     | 005.00044   |       | Ŧ              |   |                 |
| Macierz korelacji         | Podsu      | mowanie roz | kładu 🛛     | Zapisz (     | dopasowanie |       |                |   |                 |

#### 6.2.3. Okno Statystyki opisowe

Z poziomu okna Statystyki opisowe można przeprowadzić test zgodności z rozkładem normalnym.

| 🔀 Statystyki opisowe: dane1 w statistica01_3.stw  | ?×  |
|---|---|
| Image: | Podsumowanie         Anuluj         Opcje         Grupami         Stiller<br>(RSSS S)         Momenty ważone         DF =         W-1         W-1 |
| Wykres 3W dla dwóch zmiennych       Lodyga i liście         Histogramy skategoryzowane       Diagram łodyga i liście  | Usuwanie <u>B</u> D<br>O Przypadkami<br>O Parami  |

Wyniki testu Kołmogorowa-Smirnowa wyświetlane są po naciśnięciu przycisku **Tabele liczności** jeśli zaznaczona została opcja **Testy K-S i Lillieforsa** (wcześniej należy wybrać zmienną i ewentualnie zmienić domyślną liczbę przedziałów kategoryzacji danych).

| E | statistica01_3.s  | stw - Tab           | ela liczności: dłu                   | gość (dane1 w                      | statistica01_3.      | stw)      |             | × |
|---|---|---------------------|--------------------------------------|------------------------------------|----------------------|-----------|-------------|---|
| > |   | Tabela I<br>K-S d=, | iczności: długoś<br>03410, p> .20; L | ść (dane1 w st<br>⊾illiefors p> .2 | atistica01_3.st<br>0 | w)        |             |   |
|   |   | Liczba              | Skumulow.                            | Procent                            | Skumul. %            | % ogółu   | Skumulow. % |   |
|   | Klasa   |                     | Liczba                               | Ważnych                            | Ważnych              | Przypadki | Ogółu       |   |
|   | 18,5 <x<=19,0< th=""><th>0</th><th>0</th><th>0,00000</th><th>0,0000</th><th>0,00000</th><th>0,0000</th><th></th></x<=19,0<>       | 0                   | 0                                    | 0,00000                            | 0,0000               | 0,00000   | 0,0000      |   |
|   | 19,0 <x<=19,5< th=""><th>1</th><th>1</th><th>1,00000</th><th>1,0000</th><th>1,00000</th><th>1,0000</th><th></th></x<=19,5<>       | 1                   | 1                                    | 1,00000                            | 1,0000               | 1,00000   | 1,0000      |   |
|   | 19,5 <x<=20,0< th=""><th>6</th><th>7</th><th>6,00000</th><th>7,0000</th><th>6,00000</th><th>7,0000</th><th></th></x<=20,0<>       | 6                   | 7                                    | 6,00000                            | 7,0000               | 6,00000   | 7,0000      |   |
|   | 20,0 <x<=20,5< th=""><th>18</th><th>25</th><th>18,00000</th><th>25,0000</th><th>18,00000</th><th>25,0000</th><th></th></x<=20,5<> | 18                  | 25                                   | 18,00000                           | 25,0000              | 18,00000  | 25,0000     |   |
|   | 20,5 <x<=21,0< th=""><th>29</th><th>54</th><th>29,00000</th><th>54,0000</th><th>29,00000</th><th>54,0000</th><th></th></x<=21,0<> | 29                  | 54                                   | 29,00000                           | 54,0000              | 29,00000  | 54,0000     |   |
|   | 21,0 <x<=21,5< th=""><th>26</th><th>80</th><th>26,00000</th><th>80,0000</th><th>26,00000</th><th>80,0000</th><th></th></x<=21,5<> | 26                  | 80                                   | 26,00000                           | 80,0000              | 26,00000  | 80,0000     |   |
|   | 21,5 <x<=22,0< th=""><th>12</th><th>92</th><th>12,00000</th><th>92,0000</th><th>12,00000</th><th>92,0000</th><th></th></x<=22,0<> | 12                  | 92                                   | 12,00000                           | 92,0000              | 12,00000  | 92,0000     |   |
|   | 22,0 <x<=22,5< th=""><th>6</th><th>98</th><th>6,00000</th><th>98,0000</th><th>6,00000</th><th>98,0000</th><th></th></x<=22,5<>    | 6                   | 98                                   | 6,00000                            | 98,0000              | 6,00000   | 98,0000     |   |
|   | 22,5 <x<=23,0< th=""><th>2</th><th>100</th><th>2,00000</th><th>100,0000</th><th>2,00000</th><th>100,0000</th><th></th></x<=23,0<> | 2                   | 100                                  | 2,00000                            | 100,0000             | 2,00000   | 100,0000    |   |
|   | Braki   | 0                   | 100                                  | 0,00000                            |                      | 0,00000   | 100,0000    |   |
| J |   |                     |                                      |                                    |                      |           | Þ           |   |
|   | Tabela licznoś  | ci: długość         | (dane1 w statistica                  | 01_3.stw)                          |                      |           |             |   |

Podobnie jak poprzednio, wyniki wyświetlane są w nagłówku tabeli, tym razem wartość granicznego poziomu istotności określana jest jako: p > .20, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu.

#### 6.2.4. Okno Analiza zdolności procesu

Zgodność danych z podstawowymi rozkładami teoretycznymi może zostać zbadana po wskazaniu opcji

| Procedury analizy procesu: dane1 w statistica01_3.stw  | ?_>       |
|--|-----------|
| Podstawowe   | <u>OK</u> |
| Analiza zdolności procesu i granice tolerancji, dane surowe<br>Analiza zdolności procesu, granice tolerancji, dane zagregowane<br>Zdolność procesu wg ISO lub DIN (rozkład zależny od czasu) | Anuluj    |
| Zdolność dla pozycjonowania X-Y<br>Zdolność i odtwarzalność pomiarów<br>Zdolność miemika<br>Liniowość miemika<br>Badanie miemika dla oceny altematywnej                                      | CRSES S   |
| Zgodność dla pomiarów alternatywnych<br>MSA, dane alternatywne<br>Analiza zdolności - dwumianowy<br>Analiza zdolności - Poissona   |           |
| Analiza Weibulla niezawodności/czasu uszkodzeń Utwórz siatkę Weibulla Plany badań wyrywkowych, ocena liczbowa i alternatywna Diagram przyczynowo-skutkowy Ishikawy                           |           |

Analiza zdolności procesu i granice tolerancji, dane surowe. Na zakładce Rozkład można określić parametry rozkładów teoretycznych (w przypadku rozkładu normalnego, określane są na podstawie średniej i odchylenia standardowego z próby) i przeprowadzić test po naciśnięciu przycisku Dopasuj wszystkie rozkłady (oblicz parametry i d K-S).

| ×. | Analiza zdolności p        | procesu: dane surowe: d       | ane1 w statis  | tica01_3.stw | ? _ X                        |
|----|----------------------------|-------------------------------|----------------|--------------|------------------------------|
| D  | ane surowe Grupow          | vanie Rozkład                 |                |              | <u>о</u> к                   |
| Г  | Rozkład                    |                               |                | 1 IC         | Anuluj                       |
|    | Dopasuj wsz                | ystkie rozkłady (oblicz paran | netry i d K-S) |              | Opcie 🗸                      |
|    | C <u>B</u> eta:            | Przesunięcie (położenie):     | 0              | 500          |                              |
|    |                            | Parametr <u>s</u> kali:       | 1              | CRS          | <u>s</u> s <u>s</u> <u>w</u> |
|    | O Wykładniczy:             | Przesunięcie (położenie):     | 0              | by           | Grupami                      |
|    | C Wartości <u>e</u> kstrem | alnych (typ I, Gumbela)       |                |              |                              |
|    | O Gamma:                   | Przesunięcie (położenie):     | 0              |              |                              |
|    | C Log-nomalny:             | Przesunięcie (położenie):     | 0              |              |                              |
|    | Normalny i ogólny          | y inny (dopasowanie Pearsor   | na i Johnsona) |              |                              |
|    | O <u>R</u> ayleigha:       | Przesunięcie (położenie):     | 0              |              |                              |
|    | O Weib <u>u</u> lla:       | Przesunięcie (położenie):     | 0              |              |                              |
|    |                            |                               |                |              |                              |

Wartość granicznego poziomu istotności dla rozkładu normalnego jest n.i., więc mimo że wartość statystyki D dla rozkładu logarytmiczno normalnego ma mniejszą wartość (co oznacza że maksymalna

różnica pomiędzy dystrybuantami empiryczną i teoretyczną jest w tym przypadku najmniejsza) zgodnie z uwagą w nagłówku okna testu należy przyjąć że rozkład danych z próby jest rozkładem normalnym.

| 🖥 statistica01_3.stw - Oceny parametróv | v dla wszyst   | kich rozkła   | dów (dane1   | l w statistic   | a01_3.stw)   |   |                         |
|---|--|---|--|---|--|---|-------------------------|
| >                                       | Oceny para<br>(dane1 w s<br>(wartości p<br>Rozkłady s<br>(u góry są i<br>Wszystkie<br>oznaczony<br>0,1 <= p< i<br>Uwaga: Jeś | ametrów dla<br>tatistica01<br>przy założ<br>ą uporządl<br>najlepiej do<br>rozkłady z<br>m jako (w<br>0,2 lub 0,5<br>śli rozkład | a wszystkia<br>_3.stw) Zmi<br>zeniu znajor<br>kowane wg<br>pasowane)<br>poziomem<br>kolejności o<br><=p<0,1 są<br>normalny p | ch rozkładó<br>ienna: dług<br>mości para<br>dobroci do<br>i p testu Ko<br>od najlepsz<br>dobrymi m<br>asuje do da | w<br>ość N = 10<br>metrów a p<br>pasowania<br>ołmogorowa<br>ej do najgo<br>nodelami da<br>anych, to na | 0<br>riori)<br>do danyo<br>I-Smirnov<br>rszej) n.<br>Inych.<br>ależy go | ch<br>wa<br>i,<br>użyć. |
|   | Użytkow.   | Użytkow.  | Param. 1   | Param. 2  | d K-S  | K-S   |                         |
| Rozkład                                 | Param. 1   | Param. 2  |  |   |  | р   |                         |
| Log-normalny (próg, skala, kształt)     | 0,00   |   | 3,04218  | 0,0330  | 0,028586   | n.i.  |                         |
| Gamma( próg, skala, kształt)            | 0,00   |   | 0,02267  | 924,6606  | 0,030999   | n.i.  |                         |
| Inny niż normalny (skośność, kurtoza)   |  |   | 0,21238  | 0,2050  | 0,032319   | n.i.  |                         |
| Normalny (położenie, skala)             |  |   | 20,96216   | 0,6940  | 0,034096   | n.i.  |                         |
| Wartości ekstrem.(położenie, skala)     |  |   | 20,62251   | 0,6559  | 0,071732   | n.i.  |                         |
| Weibulla (próg, skala, kształt)         | 0,00   |   | 21,30178   | 29,6473   | 0,089967   | n.i.  |                         |
| Rayleigha (próg, skala)                 | 0,00   |   | 14,83052   |   | 0,572317   | p<,01   |                         |
| Wykładniczy (próg, skala)               | 0,00   |   | 20,96216   |   | 0,602323   | p<,01   |                         |
| Beta (próg, sigma, kształt, kształt)    | 0,00   | 1,000000  |  |   |  |   |                         |
| 1                                       |  |   |  |   |  |   |                         |
| Oceny parametrów dla wszystkich rozkład | ów (dane1 w s  | tatistica   |  |   |  |   |                         |

## 6.2. Transformacja rozkładu do rozkładu normalnego – przekształcenie Boxa – Coxa

Większość analiz statystycznych dotyczy zmiennych o rozkładzie normalnym. W praktyce rozkład zmiennych często odbiega od rozkładu normalnego – w takim przypadku przed wykonaniem odpowiedniej analizy konieczne jest takie przekształcenie zmiennych aby po wykonaniu przekształcenia ich rozkład był bliski normalnemu. O transformacji, którą można zastosować decyduje rozkład zmiennej, w wielu przypadkach do normalizacji zmiennej można zastosować przekształcenie Boxa-Coxa. Przekształcenie to to właściwie cała rodzina przekształceń obejmującą (w zależności od wartości parametru  $\lambda$  tego przekształcenia), przekształcenia potęgowe oraz logarytmiczne. W STATISTICE przekształcenie Boxa-Coxa można wykonać z poziomu okna **Przekształcenie Boxa-Coxa**, dostępnego z menu **Dane** (opcja **Dane** jest widoczna jeżeli bieżącym elementem skoroszytu jest arkusz).

### Przykład

Wykorzystując zapisane w arkuszu *dane3* wyniki 100 pomiarów trwałości narzędzia stosowanego w pewnym procesie technologicznym w trakcie 6 umownych jednostek czasu.

Przeprowadzona analiza (histogram, wykres normalności i testy zgodności) wykazała, że rozkład trwałości nie jest rozkładem normalnym.



| Zmienna: trwałość, Rozkład: Normalny (dane3 w dodatek03.stw)   |          |
|--|----------|
| Do normalizacji rozkładu zmiennej wykorzystane zostało przekształcenie Boxa – Coxa. Poszu            | ukiwanie |
| optymalnej wartości parametru $\lambda$ jest realizowane w programie przy pomocy metody złotego podz | ziału.   |

40

71

87

95

99

100

40.00000

31,00000

16.00000

8,00000

4,00000

1,00000

40

31

16

8

4

1

W oknie **Przekształcenie Boxa-Coxa** można zmienić domyślne parametry tej metody:

 maksymalną liczbę iteracji (domyślnie: 40),

<= 1,00000

2.00000

3.00000

4,00000

5,00000

4

<nieskończoność

- przedział w którym poszukiwany jest parametr λ
   (domyślnie: od -5 do 5),
- parametr zbieżności (domyślnie 0,00001).

| Przekształcenie Boxa-Coxa:                        | dane3 w statistic | a06.stw ?_X   |
|---|-------------------|---------------|
| Parametry   |                   |               |
| Zmienne   | :                 | OK            |
| Przekształcenie Boxa-Coxa                         |                   | Anuluj        |
| Maksymalna liczba iteracji:                       | 40 💂              | 🔉 Opcje 🔻     |
| Minimalna wartość lambda:                         | -5                | selekcja      |
| Maksymalna wart. lambda:                          | 5                 | 🔁 Otwórz dane |
| Epsilon (param. zbieżności):                      | .00001 🚔          |               |
| Przesunięcie zmiennej o<br>najmniejszej wart.<=0: | 1 =               |               |

40.0000

71.0000

87,0000

95,0000

99,0000

100,0000

31.2645

31.8174

24.5425

9,9836

2,1373

0,2545

Sposób działanie metody polega na iteracyjnym zawężaniu pierwotnego przedziału poszukiwań. Metoda kończy swoje działanie po zawężeniu przedziału do długości równej parametrowi zbieżności lub po osiągnięciu maksymalnej liczby iteracji.

### Po zaakceptowaniu okna parametrów przyciskiem OK, w kolejnym oknie

| 🕅 Wynik - przekształcenie Boxa-Coxa: dane3 w | dodatek <mark>? _ </mark> × |
|--|-----------------------------|
| Wynik - przekształcenie Boxa-Coxa            | I []                        |
| Podsumowanie                                 | Podsum.                     |
| Histogramy i wykresy normalności             | Anuluj                      |
| Wykres historii poszukiwania lambdy          | ▶ Opcje ▼                   |
| lle zmiennych 1 Dodaj zmienne                | Grupami                     |
| Zapisz do arkusza wejściowego                |                             |

można:

- wygenerować arkusz podsumowania zawierający między innymi znalezioną wartość parametru λ (przycisk Podsumowanie),
- oglądnąć przebieg poszukiwań (przycisk Wykres historii poszukiwania lambdy),
- przeanalizować jakość znalezionego rozwiązania porównując histogramy i wykresy normalności zmiennej pierwotnej i zmiennej przekształconej (przycisk Histogramy i wykresy normalności),
- zapisać przekształconą zmienną w arkuszu tak aby można ją było wykorzystać do dalszych analiz (przycisk Zapisz do arkusza wejściowego).

Z arkusza zawierającego podsumowanie wynika, że optymalna wartość parametru  $\lambda$  (dla której *funkcja największej wiarygodności* osiąga wartość maksymalną) wynosi  $\lambda = 0,368919$ . Dodatkowo, w arkuszu podsumowania umieszczone jest wyrażenie pozwalające na przekształcenie zmiennej (po skopiowaniu do arkusza zawierającego przekształcaną zmienną).

| E | ab04_1_rozw.stw   | - Statysty   | 'ki (pom  | iary2 w la | ab04_1_ro       | zw.stw)          |                  |                                      | ×            |
|---|-------------------|--------------|-----------|------------|-----------------|------------------|------------------|--------------------------------------|--------------|
| > |                   | Statystyk    | i (pomia  | ry2 w lat  | 04_1_roz        | w.stw)           |                  |                                      |              |
|   |                   | Lambda       | Przes.    | Śred.      | Odch.<br>stand. | Dolna<br>granica | Górna<br>granica | Formuła przekształcenia<br>Boxa-Coxa |              |
|   | Przekształcona(e) |              |           |            |                 | przedz.          | przedz. ufn.     |                                      |              |
|   | zmienna(e)        |              |           |            |                 | ufn.             |                  |                                      |              |
|   | pomiar            | 0,396475     | 0,00      | ,282148    | 1,181058        | 0,171002         | 0,63418          | (v1^(0,396475))-1)/(0,396475)        | $\mathbf{E}$ |
|   |                   |              |           |            |                 |                  |                  | Þ                                    |              |
| ſ | Przekształcenie E | Boxa-Coxa (p | omiary2 w | / lab04_1_ | rozw.stw)       | Statystyki (     | (pomiary2 w lab0 | 4_1_rozw.stw)                        |              |

Analiza histogramu i wykresu normalności wskazuje, że po zastosowaniu znalezionego przekształcenia rozkład przekształconej zmiennej można uznać za normalny.





Zmodyfikowane wartości danych można zapisać w tym samym arkuszu, w którym zapisane są dane pierwotne – w ten sposób możliwe będzie wykonywanie dalszych analiz, w których konieczne jest spełnienie założenia o normalności rozkładu. Dane mogą zostać zapisane, o ile w arkuszu wejściowym znajduje się dodatkowa kolumna (tzn. dodatkowa zmienna).

Zmienną tą można w arkuszu utworzyć przed wykonaniem przekształcenia, możliwe jest także uzupełnienie arkusza z poziomu okna wyników przekształcenia. Nową zmienną do arkusza wejściowego można dodać po wybraniu przycisku **Dodaj zmienne** – zmienna otrzyma nazwę wygenerowaną automatycznie przez program. Po uzupełnieniu arkusza można zapisać przekształcone dane w arkuszu. Po naciśnięciu przycisku **Zapisz do arkusza wejściowego** należy wskazać w jakiej zmiennej arkusza zostaną zapisane zmodyfikowane dane. W tym celu, w części **Zmienne** należy wskazać zmienną, która przyjmie wartości wyznaczone na podstawie przekształceniu (tutaj jest to wygenerowana automatycznie zmienna **ZmPrz2**) i nacisnąć przycisk **Przypisz**. Przekształcone dane zostaną zapisane w arkuszu po zamknięciu okna przyciskiem **OK**.



Analiza wykonana przy pomocy opcji **Statystyka/Rozkłady i symulacja/Dopasuj rozkład** wskazuje, że nie można odrzucić hipotezy o normalności rozkładu zmiennej **ZmPrz2**.

| Zmienne << >>     | ZmPrz2   |          | <b>.</b> | )ostosuj rozkł | ady           |               |   | Anuluj |
|-------------------|----------|----------|----------|----------------|---------------|---------------|---|--------|
|                   |          |          | Uży      | /j dostosowar  | nych rozkładó | w             | 2 | Opcie  |
| Rozkład           | d K-S    | K-S<br>P | Stat. AD | p AD           | Chi-kwadrat   | Dhi kwadrat 🔺 |   | -1-1-  |
| Mieszanka Gaus    | 0,055932 | 0,895680 | 0,319106 | 0,923189       | 11,980000     | 0,017501 4    |   |        |
| Normalny (locatio | 0,061166 | 0,826131 | 0,426092 | 0,822327       | 11,760000     | 0,162238      |   |        |
| Johnson SB(typ    | 0,065748 | 0,755145 | 0,446254 | 0,801620       | N/A           | N/A I         |   |        |
| Uogólniony warto  | 0,071046 | 0,667029 | 0,488044 | 0,758735       | 14,400000     | 0,044507      |   |        |
| Trójkątny(min,ma  | 0,093343 | 0,327729 | 1,979221 | 0,094402       | 16,160000     | 0,023694      |   |        |
| Log-normalny (sk  | N/A      | N/A      | N/A      | N/A            | N/A           | N/A I         |   |        |
| Nałożony normal   | N/A      | N/A      | N/A      | N/A            | N/A           | N/A I         |   |        |
| •                 | N1 / A   | N174     | N1 /A    | N1 / A         | N1 / A        | N //          |   |        |